

“Análisis de Fallas Simétricas y Asimétricas”

INDICE

1. FALLAS EN INSTALACIONES Y SSEE	6
1.1 CAUSAS E IMPLICANCIAS DE LAS FALLAS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS.	6
1.2 SOLICITACIÓN ELÉCTRICA:	7
1.3 SOBRE SOLICITACIONES EXTERNAS E INTERNAS A LA RED.	8
1.4 SOLICITACIÓN MECÁNICA:	14
2. OBJETIVOS CÁLCULO DE CORTOCIRCUITO.	15
3. PRESENTACION DEL PROBLEMA	16
4. CORTOCIRCUITO TRIPOLAR EN REDES DE TENSIÓN RÍGIDA O POTENCIA INFINITA.	18
5. CORTOCIRCUITO TRIPOLAR EN BORNES DEL GENERADOR.	26
5.1 CARACTERIZACIÓN GENERAL.	26
5.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN GENERADOR EN CORTOCIRCUITO.	29
5.2.1 MODELACIÓN DE LAS REACTANCIAS	29
5.2.2 CONSTANTES DE TIEMPO DE LA MÁQUINA SINCRÓNICA.	32
5.2.3 FUERZAS ELECTROMOTRICES (FEM) E'' , E' Y E	37
5.3 DETERMINACIÓN DE LA CORRIENTE DE CHOQUE I_S Y DE LA CORRIENTE DE APERTURA-INTERRUPCIÓN I_A	40
5.4 DETERMINACIÓN DE CORRIENTE CORTOCIRCUITO PERMANENTE	43
6 CORTOCIRCUITO TRIPOLAR EN BORNES DE MÁQUINAS ASINCRÓNICAS.	46

7 METODOS UTILIZADOS PARA EL CÁLCULO DE LAS CORRIENTES INICIALES DE CORTOCIRCUITO.	49
7.1 MÉTODO QUE CONSIDERA ESTADO PREFALLA DEL SISTEMA.	50
7.2 MÉTODO QUE NO CONSIDERA EL ESTADO PREFALLA (SE CONSIDERA EN FORMA SIMPLIFICADA).	52
7.3 CONCLUSIONES RESPECTO DE LOS MÉTODOS ANALIZADOS.	53
8 CALCULO DE CORTOCIRCUITO EN REDES CON ALIMENTACION MULTIPLE Y REDES MALLADAS.	54
9 PLANIFICACION DE INSTALACIONES RESISTENTES AL CORTOCIRCUITO.	59
9.1 LEYES ESTADÍSTICAS CRECIMIENTO POTENCIA CC REDES.	59
9.1.1 ANÁLISIS HIPOTÉTICO RESPECTO DE PARÁMETROS QUE HACEN EVOLUCIONAR LAS POTENCIAS DE CC.	60
9.2 POTENCIA CC Y ECONOMÍA EN INSTALACIONES ELÉCTRICAS.	67
9.3 POSIBILIDADES PARA LIMITAR LOS EFECTOS PRODUCIDOS POR LAS CORRIENTES DE CC.	71
9.3.1 MEDIDAS CONSTRUCTIVAS.	71
10 CALCULO DE FALLAS ASIMETRICAS	74
10.1 FUNDAMENTOS DEL CÁLCULO DEL MÉTODO DE LOS COMPONENTES SIMÉTRICAS.	74
10.1.1 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DE COMPONENTES SIMÉTRICAS (CS) DE UNA RED QUE CUMPLE LAS CONDICIONES DE SIMETRÍA CÍCLICA.	75
10.2 CUADRIPOLO ACTIVO LINEAL ALTERNO TRIFÁSICO	78
10.3 PROCEDIMIENTOS PARA DETERMINAR LAS IMPEDANCIAS DE SECUENCIA.	81

10.4	IMPEDANCIAS DE SECUENCIA DE COMPONENTES DE SSEE.	82
10.4.1	MÁQUINA SINCRÓNICA (CUADRIPOLO ACTIVO).	82
10.4.2	MOTORES DE INDUCCIÓN	84
10.4.3	LÍNEAS Y TRANSFORMADORES.	87
10.5	CIRCUITOS EQUIVALENTES EN CS DE TRANSFORMADORES.	91
10.5.1	CIRCUITOS DE SECUENCIA POSITIVA Y NEGATIVA.	91
10.5.2	CIRCUITO DE SECUENCIA NULA.	94
11	MODOS DE OPERACION DE REDES	101
11.1	REGIÓN DE RED:	101
11.2	TRATAMIENTO DEL CENTRO DE ESTRELLA.	102
11.2.1	CIFRA DE PUESTA A TIERRA.	102
11.2.2	FORMAS DEL TRATAMIENTO DEL CENTRO DE ESTRELLA.	103
12	CÁLCULO CC DE DIFERENTES TIPOS DE FALLAS ASIMÉTRICAS	107
12.1	CÁLCULO DE CORTOCIRCUITO BIPOLAR AISLADO.	107
12.2	CÁLCULO DE CORTOCIRCUITO BIPOLAR CON CONTACTO A TIERRA	110
12.3	CORTOCIRCUITO UNIPOLAR CON CONTACTO A TIERRA.	114
12.4	CÁLCULO SIMPLIFICADO DEL CONTACTO A TIERRA.	119
12.4.1	PUESTA A TIERRA RÍGIDA-DIRECTA DEL CENTRO DE ESTRELLA.	120
12.4.2	CENTRO DE ESTRELLA DE LA REGIÓN DE RED AISLADO.	127
12.4.3	PUESTA A TIERRA INDUCTIVA (RESONANTE) DEL CENTRO DE ESTRELLA.	133

12.4.3.1 PARTICULARIDADES EN OPERACIÓN NORMAL DE REDES CON CENTRO DE ESTRELLA A TIERRA INDUCTIVAMENTE (RESONANTE). EFECTO DE LA ASIMETRÍA DE LAS CAPACIDADES Y DE LAS CONDUCTANCIAS A TIERRA. 140

12.4.4 PUESTA A TIERRA DE BAJA IMPEDANCIA 144

1. FALLAS EN INSTALACIONES Y SSEE

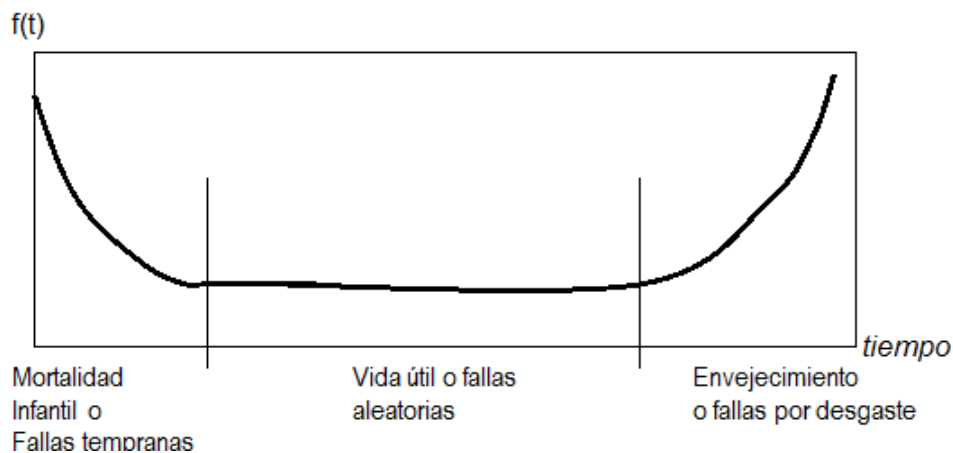
1.1 Causas e implicancias de las fallas en sistemas eléctricos.

Características de las fallas

- Comportamiento operación-falla tiene carácter aleatorio.
- Relación Causa → Efecto, es determinística para cada falla.

Comportamiento de las Fallas:

- Si se define $F(z)$: frecuencia de fallas [Fallas/Año], son aceptables las siguientes hipótesis:
 - En operación normal $F(z) \neq f(t)$, es decir $F(z) = \text{Constante}$. (No incluye período "enfermedades infantiles" ni período de instalación "desgastada").



La curva de la bañera con el ciclo de vida de un producto

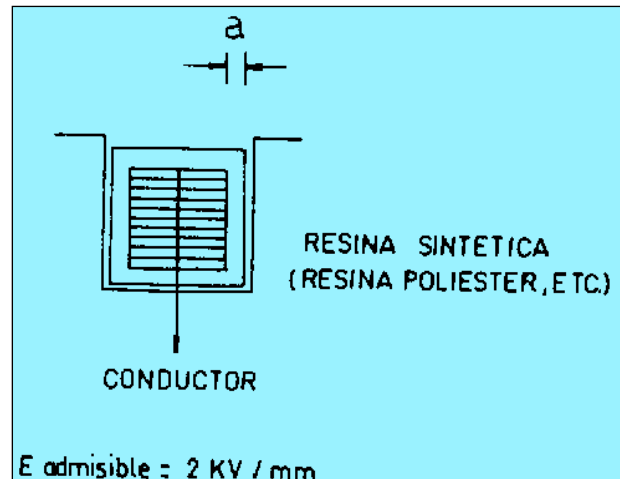
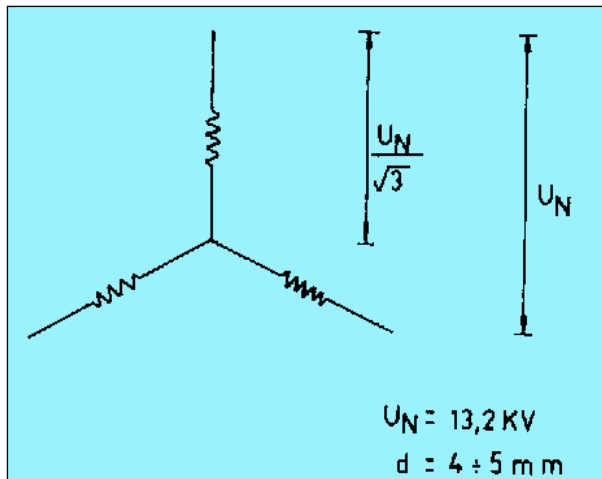
- En condiciones de sobre-solicitación $F(z) = f(t)$

Tipos de Solicitaciones: {
Eléctricas: Eje. Aislación
Térmicas: Eje. Transporte de Calor
Mecánicas: Eje. Rotura conductor

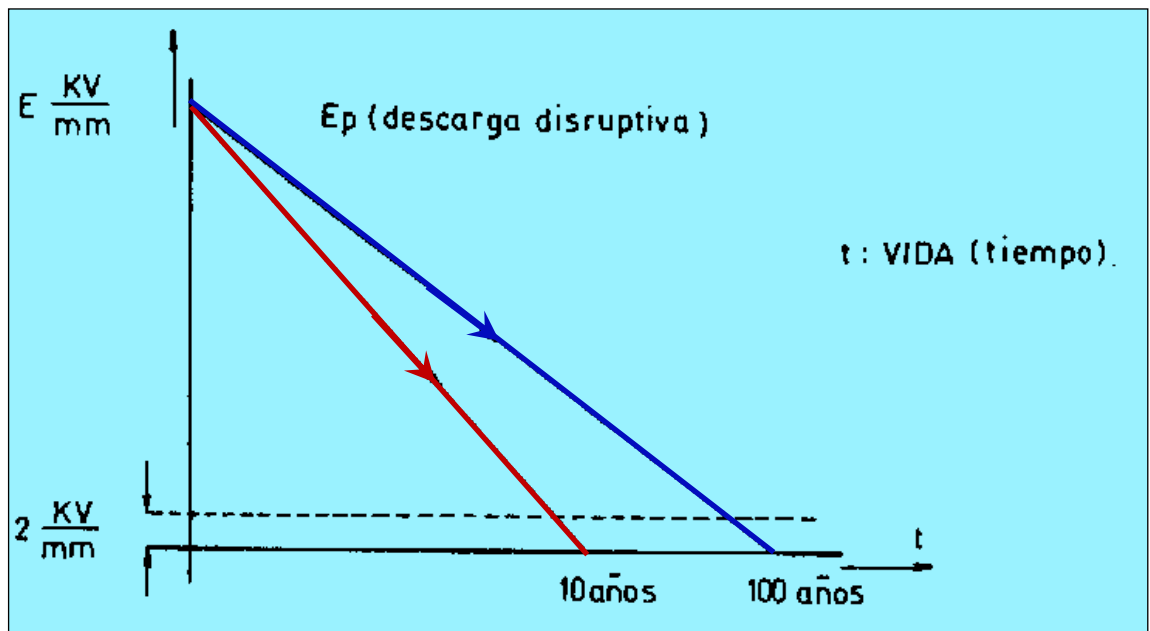
Origen de solicitaciones: {
Fallas del sistema
Manipulación errónea del hombre

1.2 Sollicitación Eléctrica:

- **En operación normal**
 - Por ejemplo: arrollamiento de un generador.



- En condiciones normales los materiales aislantes se encuentran sometidos a campos eléctricos dentro valores admisibles.
- Importante: en condiciones normales de operación, se tienen para los distintos materiales aislantes, curvas que vinculan el campo eléctrico de trabajo con la vida útil:

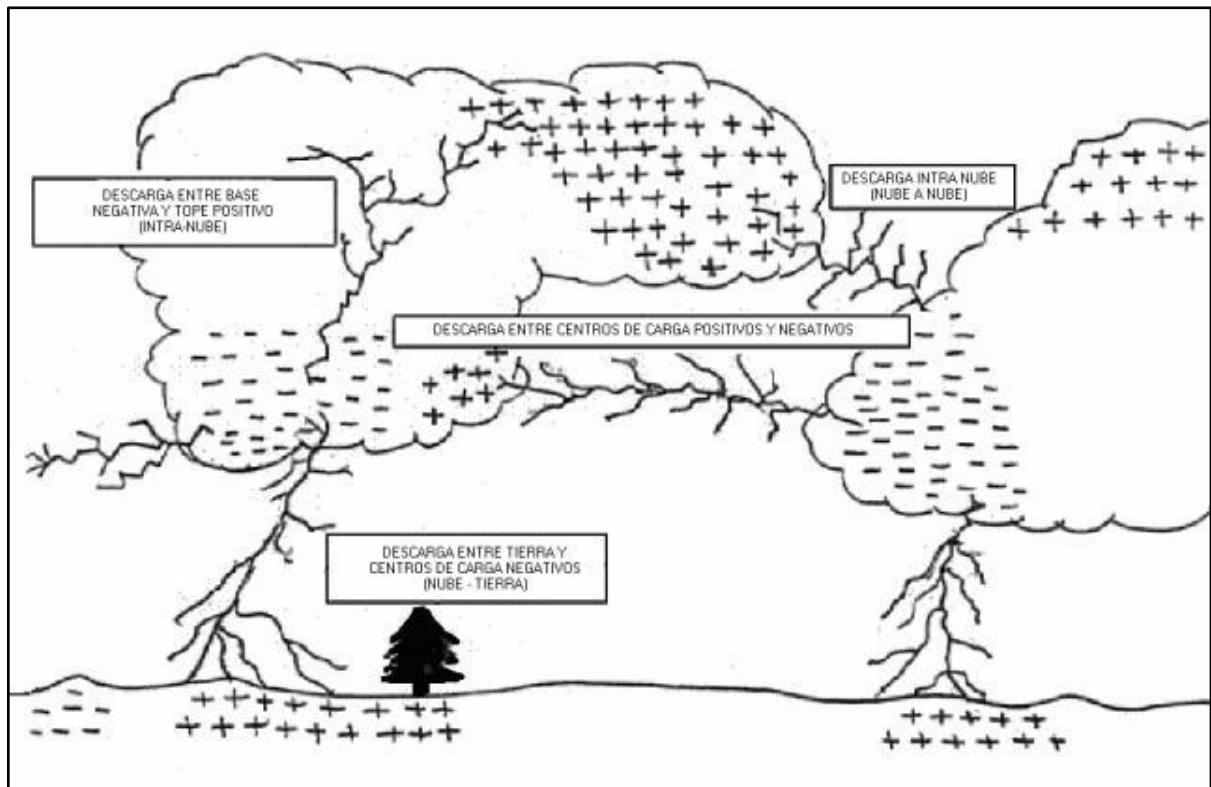


- Luego deben ser tenidas en cuenta en el diseño de la aislación.
- **En operación anormal: Con Sobre-solicitación puede superar $E \text{ admisible}$ produciendo fallas de la misma.**

1.3 Sobre sollicitaciones Externas e Internas a la red.

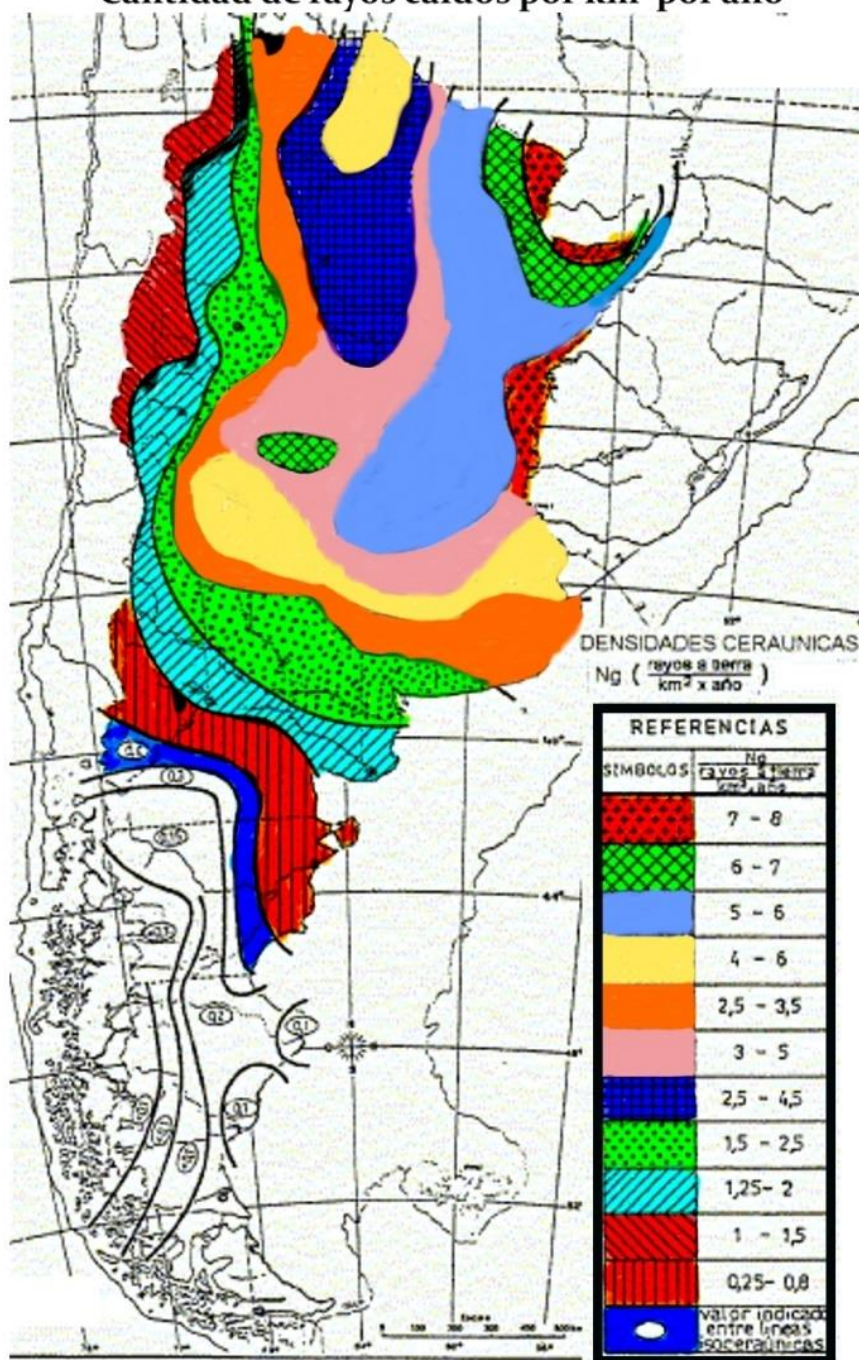
- **Sobretensiones externas.**

- Fenómenos atmosféricos - ondas de tensión de impulso.



Densidades Ceráunicas

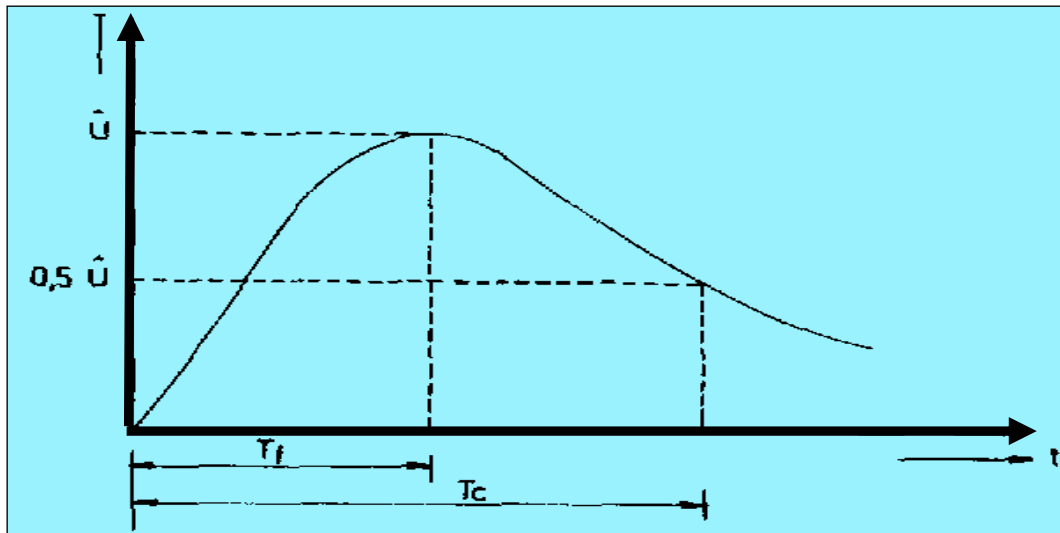
Cantidad de rayos caídos por km² por año



Datos Promedio 1971/1980

Fuente: <http://www.efn.uncor.edu/>

cocho57



T_c : Duración de la cresta

T_f : Duración del frente de onda

- Sobretensiones muy elevadas: entre 400 kV y 1000 KV (90%).

$$- \frac{du}{dt} = 500 \div 4000 \frac{\text{KV}}{\mu\text{s}}$$

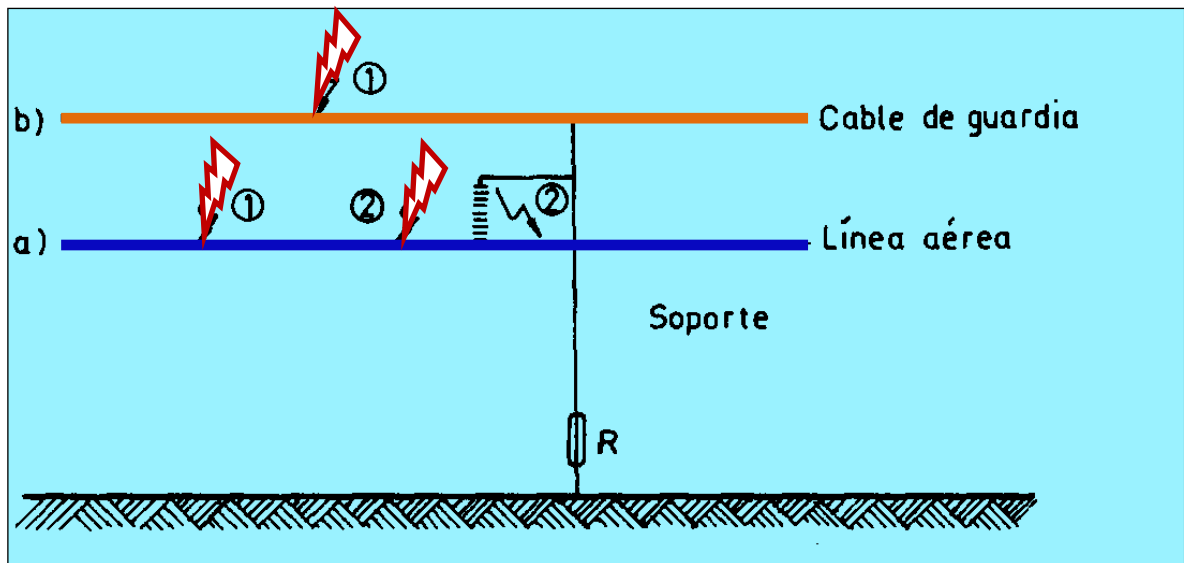
- Tensiones de Impulso = Función (I_{rayo} ; Z). Hasta 200 kA.
- I_{rayo} = Función (zona geográfica). El 80% casos $I_{\text{rayo}} < 30 \text{ kA}$.
- Forma onda de tensión de impulso caracterizada por:

$$T_f = 0,5 - 10 \mu\text{s} ; \quad T_c = 10 - 300 \mu\text{s}$$

- Valores de típicos de U impulso son:

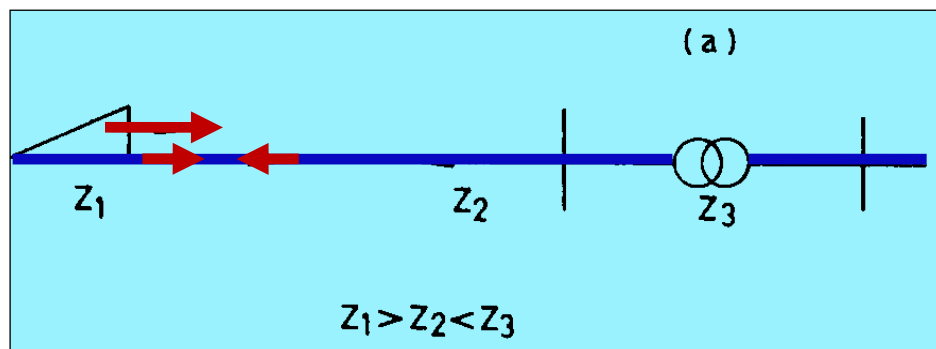
$$T_f = 1,2 \mu\text{s} ; \quad T_c = 50 \mu\text{s}$$

- Medidas para proteger las instalaciones: Apantallamiento



1: Descarga atmosférica.

- Caso (a): Si no existe cable guardia. Más probable.
- Caso (b): Si existe cable de guardia. R debe ser tal que no se superen valores admisibles de tensión para los componentes.
- Otro aspecto: son las fallas por fenómenos de reflexión que se producen al propagarse sobretensiones en medios que tienen valores distintos de la impedancia de onda:

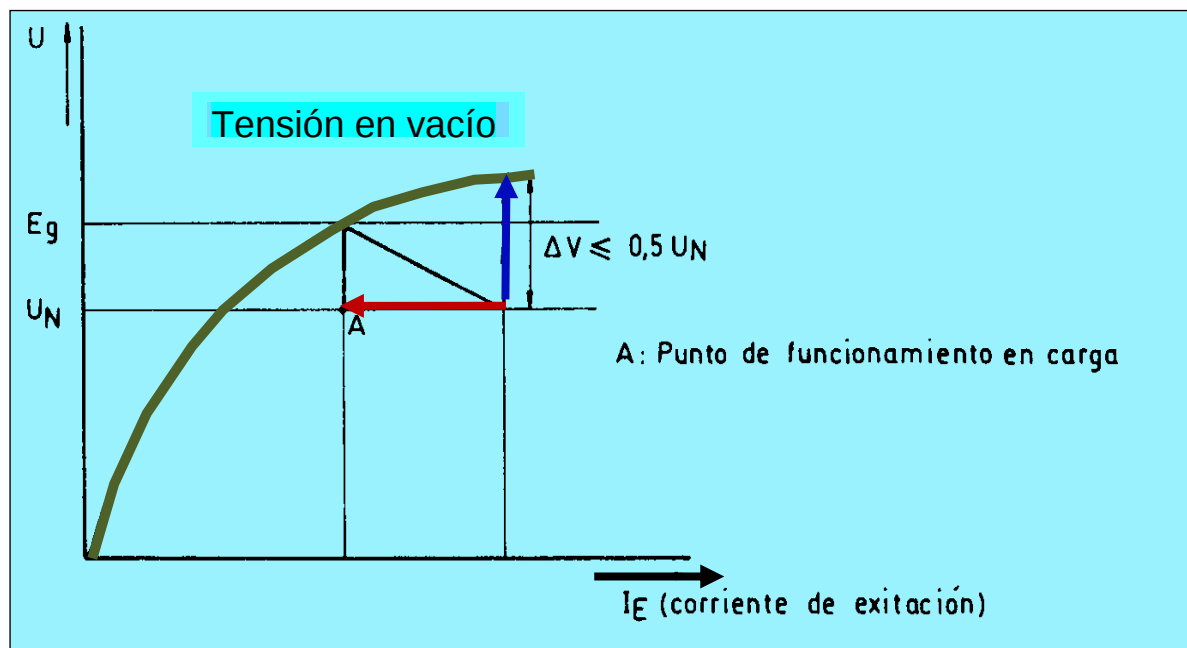


- En (a) se produce reflexión, ante cambios de Z, con valor de la sobretensión, lo que implica un aumento en la sollicitación a la aislación de los distintos componentes afectados.

- **Sobretensiones internas:**

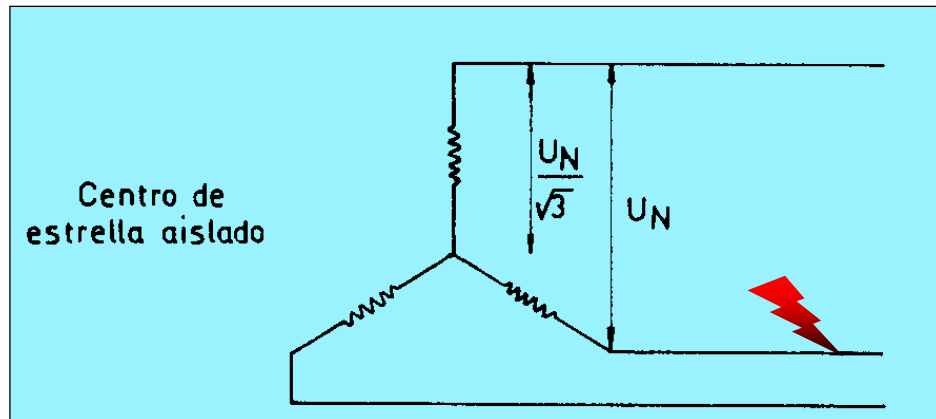
- a) Elevación de tensión a frecuencia nominal ($T \sim 1 \text{ seg}$)**

- a₁) Regulación de tensión de generadores síncronos.**



- Si se pasa en un instante de la condición de carga inductiva $\Rightarrow$ Condiciones de vacío, se elimina la reacción de armadura.
- Luego $U \Rightarrow U_{bornes}$ se incrementa en valor $\leq 0,5 U_N$.
- Esta elevación de tensión a frecuencia nominal permanece hasta que el regulador de tensión actúa reduciendo la corriente de excitación y llevando la tensión a su valor nominal.

a2) Contacto a tierra de una fase:



- En caso contacto a tierra de fase 1, la U respecto tierra de las fases no afectadas pasa de $\frac{U_N}{\sqrt{3}} \Rightarrow U_N$.
- Es la falla más frecuente.

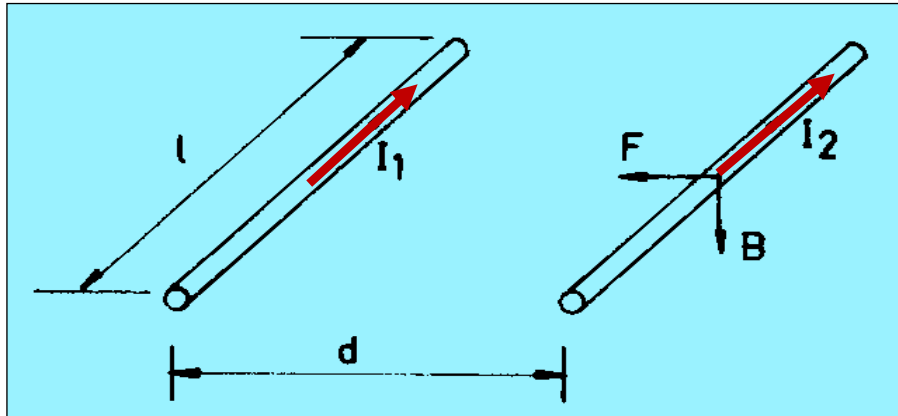
b) Sobretensiones de maniobras y por contacto a tierra ($T \sim 0.01$ seg.) (Tensiones a frecuencia mayor que la nominal).

- b1) Por desconexión de cargas capacitivas.
- b2) Por desconexión de pequeñas cargas inductivas (transformador en vacío).
- b3) Por interrupción de circuitos con encendido de arco eléctrico.

En otros cursos se estudiarán las sobretensiones por maniobras que se efectúan en el sistema, como los casos mencionados.

1.4 Sollicitación Mecánica:

- **Operación normal:** Fatiga de los materiales
- **En condiciones de falla (interna).** Esfuerzos electrodinámicos.



Si $l \rightarrow \infty$

$$F = \frac{\mu_0 \cdot l}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d}$$

Determinante: Normalmente la falla trifásica.

- **Sobresolicitaciones mecánicas de origen externo**
 - Nieve, hielo, fuerzas de gravedad
- **Manipulación errónea del hombre.**
 - Solicitación interna: Cansancio del hombre (operador)
 - Solicitación externa: $\left\{ \begin{array}{l} \text{- Límites velocidad de razonamiento.} \\ \text{- Límites seguridad de razonamiento.} \\ \text{- Límites capacidad almacenamiento información.} \end{array} \right.$

2. OBJETIVOS CÁLCULO DE CORTOCIRCUITO.

Objetivos de estudios de cortocircuito (CC) son múltiples y se pueden agrupar según el contexto de aplicación:

- **Planeamiento de la Operación y Tiempo Real (TR):**

- Anual: Verificar la capacidad de los interruptores.
- Mediano plazo: Confiabilidad referida a coordinación del sistema de protecciones.
- Tiempo Real: Seguridad del sistema referida a la operación.

- **Planificación de la Expansión:**

- Dimensionamiento de transformadores, líneas y barras SE.
- Pre-diseño de instalaciones.
- Reubicación de interruptores.
- Especificación de equipamiento.
- Selección tipo-arquitectura de redes y sistemas de protección.

- **Seguridad de las personas:**

- Tensión de paso.

- **Interferencia con otros sistemas como es el caso de los sistemas de comunicación.**

La dificultad principal referido a la realización del cálculo de cortocircuito está dado por:

- **Modelación adecuada de la red y los puntos inyección.**
- **Escenarios extremos operación. Máximos y mínimos.**
- **Redes de secuencia en caso de fallas asimétricas.**

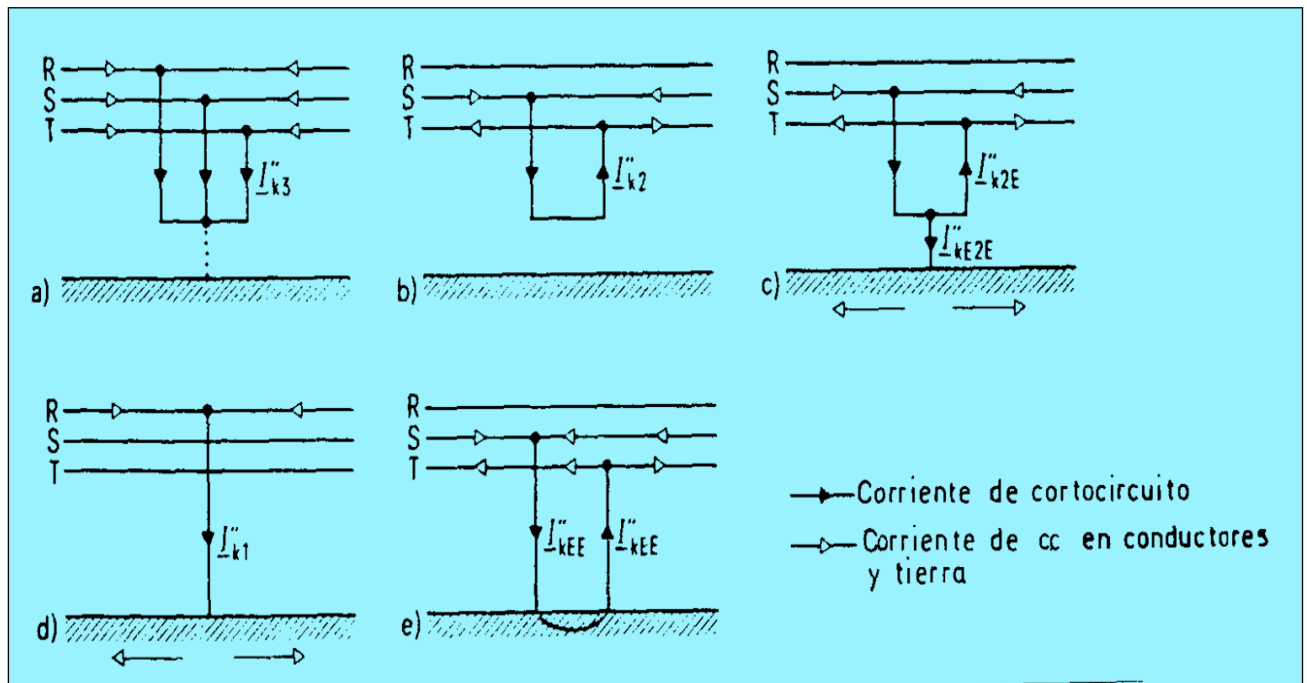
3. PRESENTACION DEL PROBLEMA

- El diseño y elección de instalaciones y dispositivos de protección, así como la operación de un SSEE, dependen en gran medida de las corrientes de CC esperadas.
- Las corrientes de CC son generalmente varias veces superiores a las correspondientes en operación normal.
- Las corrientes CC mínimas interesan para elección, especificación y coordinación de dispositivos protección de sistemas eléctricos.

Solicitud	Clase defecto	Corriente				Red
		I''_k	I_k	I_s	I_a	
Calentamiento	3 pol	x	x			AT, MT, BT
	1 pol	x	x			AT, MT, BT
	Doble contacto	x				AT, MT
Esfuerzos Mecánicos	3 pol			x		AT, MT, BT
Capacidad de conexión	1 pol			x		AT, MT, BT
	3 pol			x		BT
Capacidad de desconexión	3 pol				x	AT, MT, BT
	1 pol				x	BT
Tensión de puesta tierra	1 pol	x				AT, MT
Tensión de contacto						
Influencia inductiva	1 pol	x				AT, MT
	Doble contacto	x				AT, MT
Disparo de relés de protección	3 pol		x			AT, MT, BT
Seguridad de actuación de los dispositivos de protección.						
Para sistema de línea de protección	2 pol		x			BT
Para puesta a tierra neutro	1 pol		x			BT

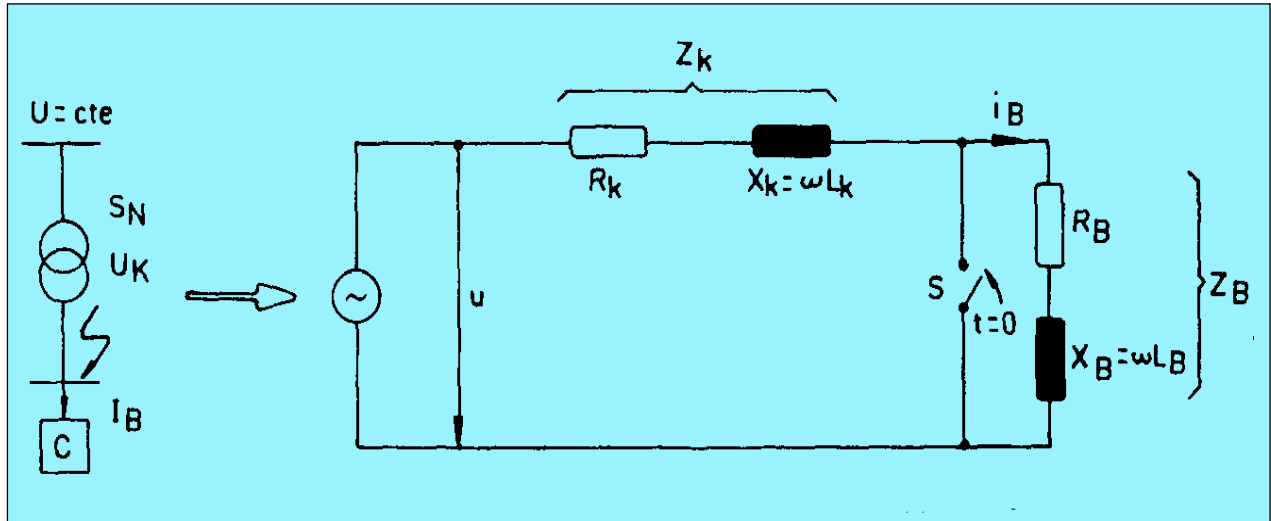
- I''_k : Corriente alterna inicial CC. Valor eficaz al comienzo de éste.
- I_k : Corriente permanente CC. Valor eficaz alcanzado el estado de régimen estacionario.
- I_a : Corriente alterna de apertura. Valor eficaz en el instante de la desconexión de la falla.
- I : Corriente choque CC. Valor instantáneo máximo.

• Tipos de cortocircuito



- **Cortocircuito tripolar: Con y sin contacto a tierra.**
Frecuencia de ocurrencia 4%.
- **Cortocircuito bipolar: Con y sin contacto a tierra:**
Frecuencia de ocurrencia 8-10%
- **Cortocircuito monofásico a tierra:**
Frecuencia de ocurrencia 85-90%.
- **Doble falla a tierra (Doble Contacto):**
Baja frecuencia. Ocurre en sistemas con neutro aislado o con compensadores inductivos.

4. CORTOCIRCUITO TRIPOLAR EN REDES DE bTENSIÓN RÍGIDA O POTENCIA INFINITA.



$$u(t) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \phi_u)$$

$$|Z_B| \gg |Z_K| ; \quad \phi_B = \tan^{-1}\left(\frac{X_B}{R_B}\right)$$

$$i_B(t) \approx \sqrt{2} I_B \sin(\omega t + \phi_u - \phi_B)$$

- Si en $t = 0$ se produce el cortocircuito equivale a cerrar llave S en la figura. Luego la ecuación diferencial del estado eléctrico:

$$u(t) = i_K(t) R_K + L_K \frac{di_K(t)}{dt}$$

Esta ecuación tiene $\left\{ \begin{array}{l} \text{Una solución general (ecuación homogénea).} \\ \text{Una solución particular (ec. no-homogénea).} \end{array} \right.$

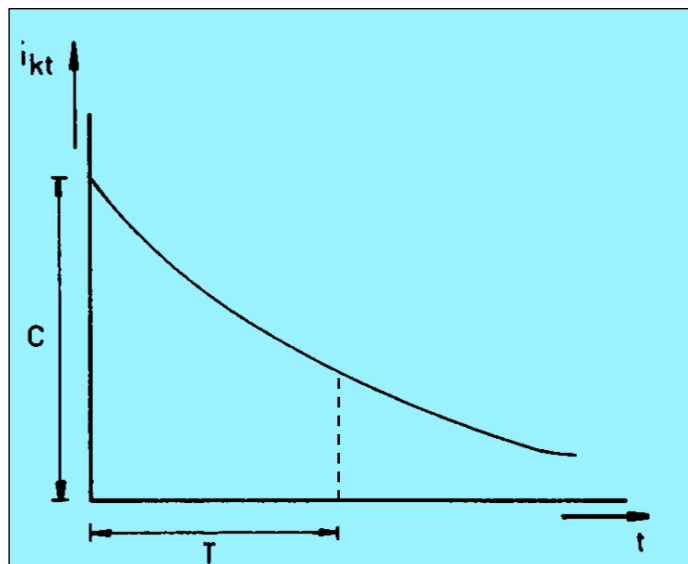
- Solución general (libre o transitoria)

$$i_K(t) R_K + L_K \frac{di_K}{dt} = 0 ; \quad i_K(t) = C e^{-\frac{R_K}{L_K} t} ; \quad T_k = \frac{L_K}{R_K}$$

T_k : Constante de tiempo de la componente corriente continua.

Valores Indicativos de T_k

Medio de operación	T_k (seg)
Transformador < 1 MVA	0.003 - 0.006
Transformador > 1 MVA	0.03 - 0.1
Línea aérea 10-66 KV	0.002 - 0.005
Línea aérea 132 KV (410 a 500 KV)	0.010 - 0.03
Cables 1 - 10 KV	= 0.001
Cables 30 - 220 KV	0.003 - 0.006



- Solución particular (forzada o régimen permanente):

$$i_{Kp}(t) = \sqrt{2} I_{Kp} \sin(\omega t + \phi_u - \phi_k) \quad \text{con} \quad I_{Kp} = \frac{U}{Z_K}$$

- Luego la forma de onda $f(t)$ de la corriente de cortocircuito:

$$i_k(t) = i_k \text{ transitorio} + i_k \text{ permanente}$$

$$i_k(t) = i_{kt}(t) + i_{kp}(t)$$

$$i_k(t) = \sqrt{2} I_{kp} \sin(\omega t + \phi_u - \phi_k) + C \cdot e^{-\frac{R_K}{L_K} t}$$

- La constante C se calcula para la condición en $t = 0$:

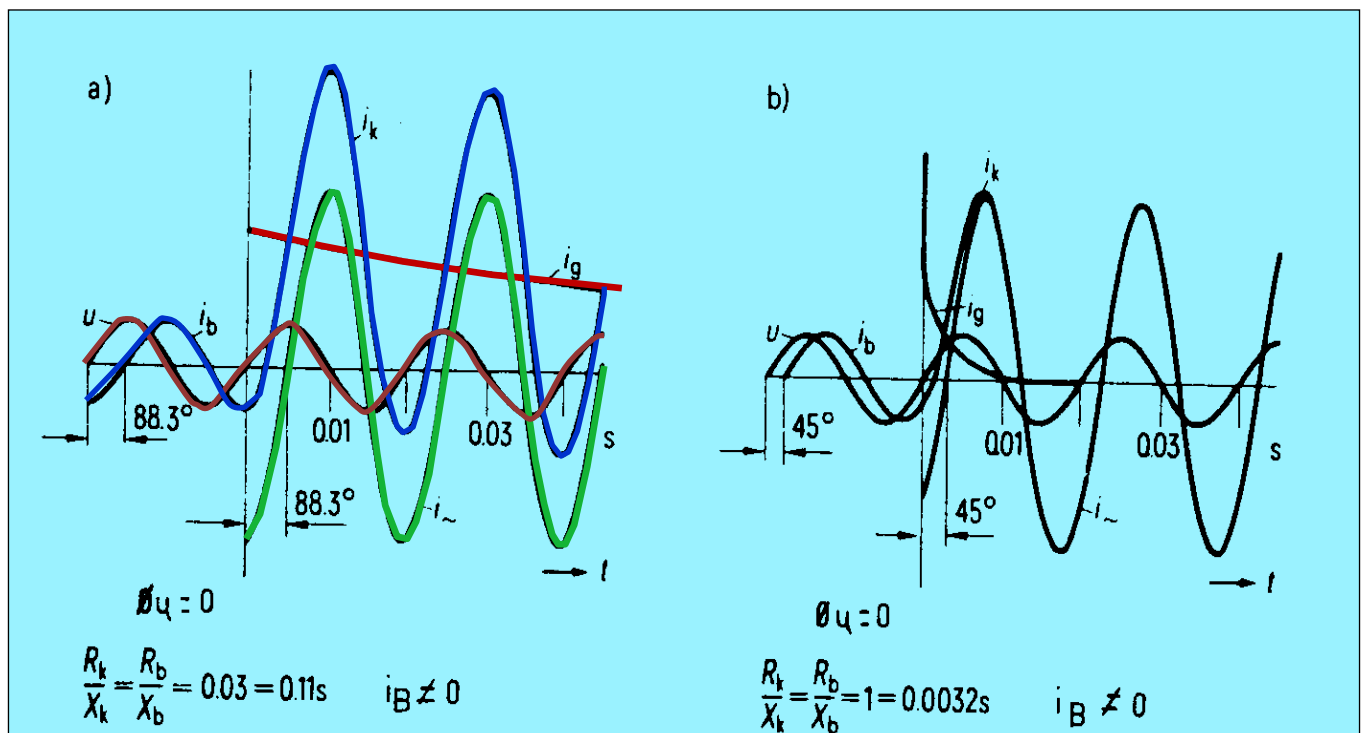
$$i_k(t=0) = i_B(t=0) \quad ; \text{ Según las leyes de la conmutación}$$

$$\sqrt{2} I_{kp} \sin(\phi_u - \phi_k) + C = \sqrt{2} I_B \sin(\phi_u - \phi_B)$$

$$\therefore C = \sqrt{2} I_B \sin(\phi_u - \phi_B) - \sqrt{2} I_{kp} \sin(\phi_u - \phi_k)$$

Reemplazando C en la expresión $i_k(t)$:

$$i_k(t) = \sqrt{2} I_{kp} \sin(\omega t + \phi_u - \phi_k) + \sqrt{2} I_{kp} \left[\frac{I_B}{I_{kp}} \sin(\phi_u - \phi_B) - \sin(\phi_u - \phi_k) \right] e^{-\frac{R_K}{L_K} t}$$



Corriente de choque I_S

- Para las sollicitaciones mecánicas es importante determinar la corriente de choque $I_S = i_k(t) \text{ máx.}$

$$F \sim i_k^2 : \text{Esfuerzos Electrodinámicos}$$

- Suponiendo $\frac{I_B}{I_{kp}}$ o $\frac{I_N}{I_{kp}} \ll 1.0$ (En la práctica vale 0.04 a 0.15):

$$i_k(t) = \sqrt{2} I_{kp} \left[\sin(\omega t + \phi_u - \phi_k) - \sin(\phi_u - \phi_k) e^{-\frac{R_K}{L_K} t} \right]$$

Luego:

$$i_k(t) = f(\omega t, \phi_u, \phi_k)$$

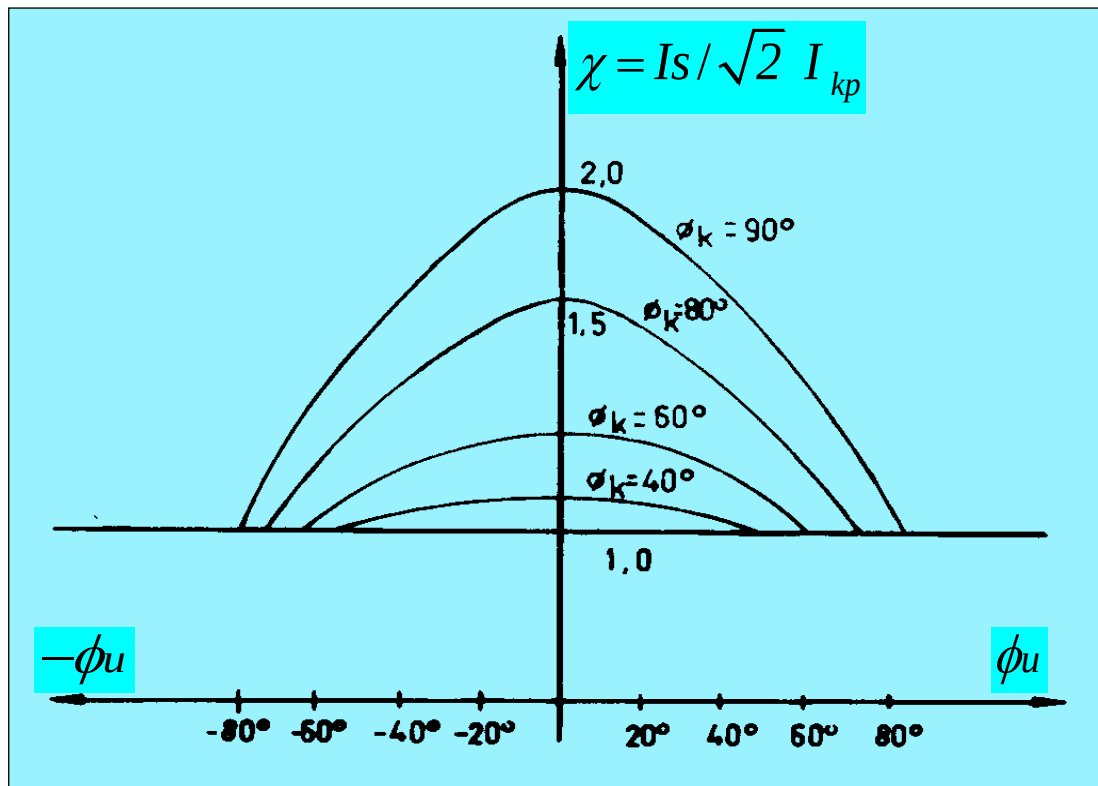
- Para determinar $I_S = i_k(t) \text{ máx.}$ se tiene que resolver:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial i_k}{\partial \phi_u} = 0 \\ \frac{\partial i_k}{\partial \phi_{\omega t}} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \phi_{u \max} = f_1(\omega t, \phi_k) \\ \omega t_{\max} = f_2(\phi_u, \phi_k) \end{array}$$

$$I_S = i_k(\omega t_{\max}; \phi_{u \max}; \phi_k)$$

$$I_S = \chi \sqrt{2} I_{kp}; \text{ Donde } \chi: \text{Factor de choque}$$

Los posibles valores de $\chi = f(\phi_u, \phi_k)$ son:



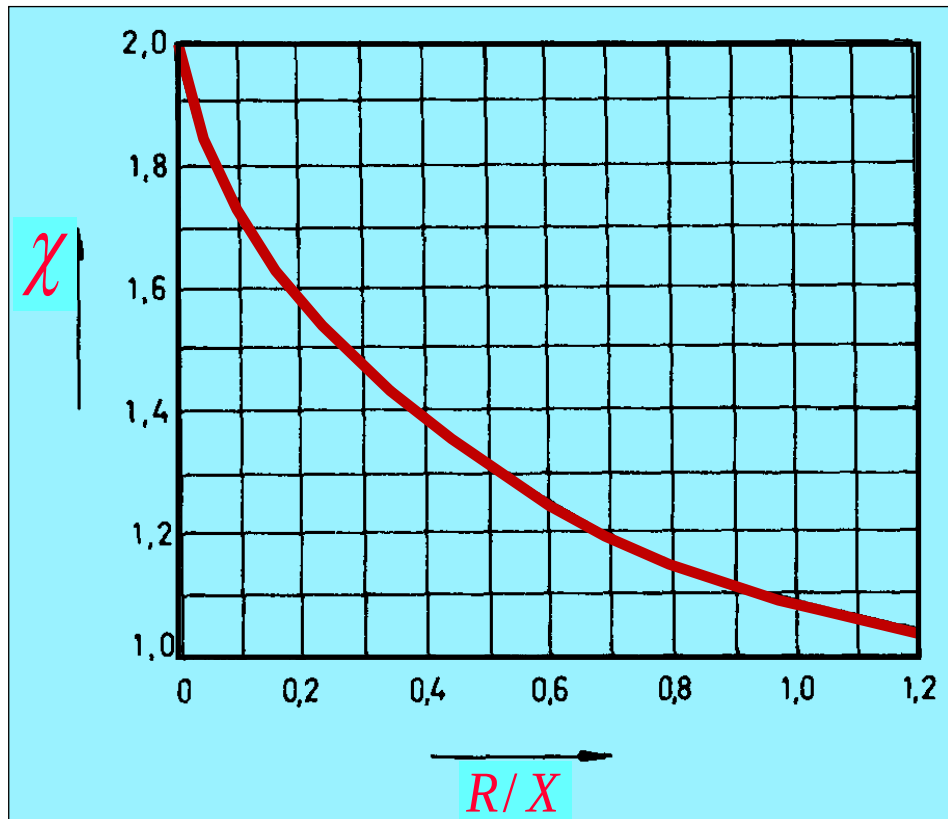
- La solución iterativa de las ecuaciones anteriores muestra que se cumple con buena aproximación que:
 - a) El valor máximo I_s se produce para todo ϕ_k con $\phi_u = 0$, o sea si el CC ($t=0$.) se produce cuando onda de tensión pasaba por cero.
 - b) Para todo ϕ_k y con $\phi_u = 0$, el valor máximo de I_s se alcanza cuando la corriente forzada pasa por el primer máximo.

En decir: Condiciones de $\dot{i}_k$ máximo = I_s

- $\omega t_{max} = \phi_k + \frac{\pi}{2}$
- $\phi_{u_{max}} = 0^\circ$

$$I_s = i_k \left(\omega t = \phi_k + \frac{\pi}{2}, \phi_u = 0, \phi_k \right)$$

$$\chi = 1 + \operatorname{sen}(\phi_k) \cdot e^{-\frac{\phi_k + \frac{\pi}{2}}{\operatorname{tg} \phi_k \cdot \omega}} = f_1(\phi_k) = f_2\left(\frac{R_k}{X_k}\right)$$



$$\chi = f\left(\frac{R}{X}\right) \text{ Según la norma VDE 0102}$$

- Valores típicos de χ para transformadores:

$S_N < 1\text{MVA}:$	$\frac{R_k}{X_k} = 1 - 0.5$	$\phi_k = 60^\circ$	$\chi = 1.1$
$S_N > 1\text{MVA}:$	$\frac{R_k}{X_k} = 0.1 - 0.13$	$\phi_k = 86^\circ$	$\chi = 1.8$

Para $S_N > 1$ MVA se toma el valor medio $\frac{R_k}{X_k} = 0.07$

$\chi = 1.8$ en caso de no conocerse R_k (Norma VDE 0102)

- Valores típicos de χ para Cables y líneas aéreas.

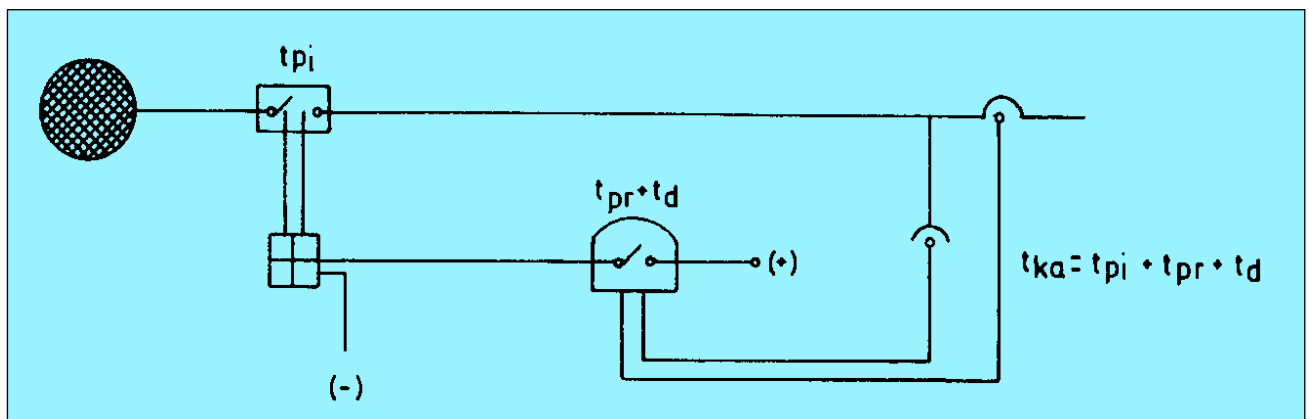
Cables	1-13.2 KV	$\frac{R}{X} = 4-3$	$\phi_k = 16^\circ$	$\chi = 1.02$
	30-220 KV	$\frac{R}{X} = 1-0.5$	$\phi_k = 60^\circ$	$\chi = 1.1$

Líneas aéreas	10-66 KV	$\frac{R}{X} = 1.5-0.7$	$\phi_k = 60^\circ$	$\chi = 1.1$
	132-(400-500 KV)	$\frac{R}{X} = 0.2-0.1$	$\phi_k = 84^\circ$	$\chi = 1.75$

Corriente de Apertura Simétrica *Ia* aquí 28marzo16

SSSSS

- Es el Valor eficaz CC simétrica que fluye por el interruptor en el primer instante de la apertura de los contactos.
- La interrupción más rápida de la CC es realizada por los interruptores o fusibles. El tiempo de apertura t_{ka} está dado por:



- Tiempo de retardo en la detección de la falla (t_d)
- Tiempo propio del relé (t_{pr}) y
- Tiempo del primer instante durante la apertura (t_{pi}).
- Valores indicativos:
 - En AT, Interruptores $t_{ka} = 0,06$ y $0,2$ s.
 - En BT, fusibles $t_{ka} = 0,01$ seg. Los fusibles pueden actuar antes del primer pico del CC.
- Si se compara t_{ka} con la constante de tiempo de transformadores:

$$\begin{array}{ll} S_N < 1 \text{ MVA} & 0,003 - 0,006 \text{ seg} \\ S_N > 1 \text{ MVA} & 0,03 - 0,1 \text{ seg} \end{array}$$

- Se concluye que la corriente de interrupción I_a coincide cuando $\dot{I}_k(t)$ con la corriente de CC permanente o forzada. O sea la constante de tiempo de trafos es más pequeña que t_{ka} de dispositivos de protección.

$$I_a = I_{kp}$$

- La sollicitación térmica a que se somete la instalación es:

$$A_t = \int_0^{t_{ka}} Potencia \cdot dt = 3 \cdot r \cdot I_{kp}^2 \cdot \int_0^{t_{ka}} dt = 3 \cdot r \cdot I_{kp}^2 \cdot t_{ka}$$

- Potencia ficticia de apertura de CC.

$$S_a = \sqrt{3} \cdot I_a \cdot U_N$$

Se dice ficticia, porque cuando se presenta I_a es $U_k \ll U_N$

5. CORTOCIRCUITO TRIPOLAR EN BORNES DEL GENERADOR.

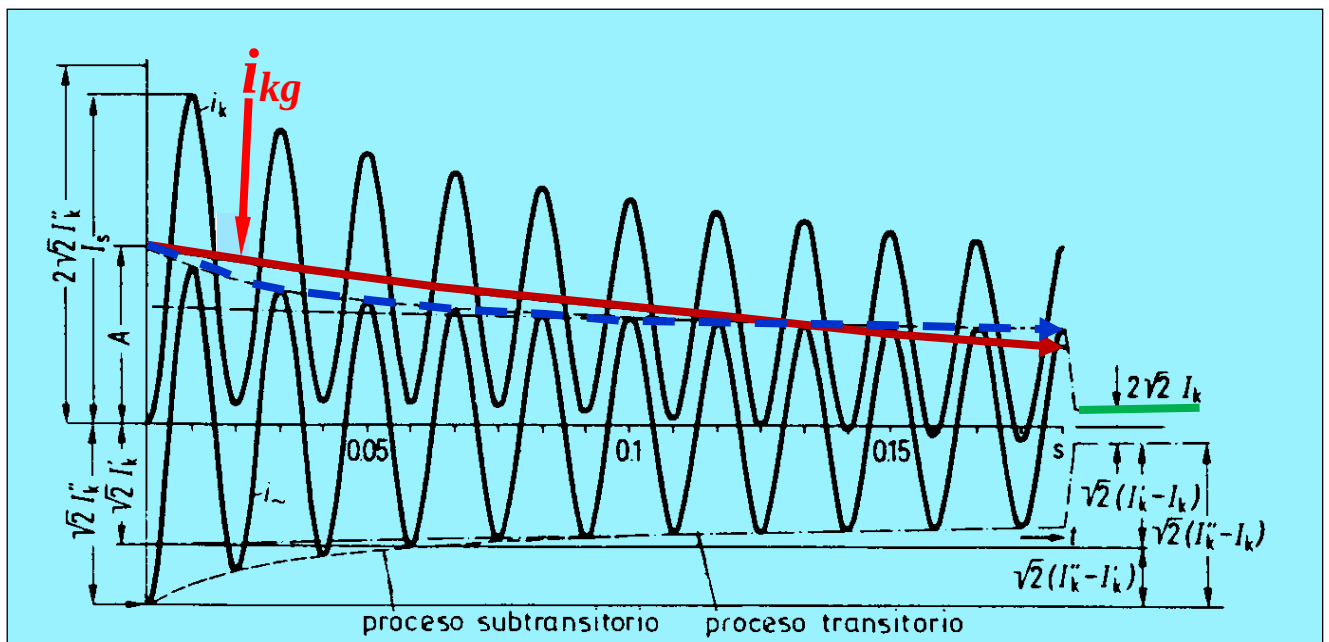
5.1 Caracterización general.

- Comparando **oscilogramas** de la corriente CC de un **generador** con sus bornes cortocircuitados con el caso de CC alimentado por redes de tensión rígidas ($U = \text{Cte.}$) se deduce:

a) Igualmente se presenta una **componente de corriente continua**: $i_{kg} = f(t)$.

b) Lo nuevo: Se observa, **componentes de corriente alterna** de **amplitud variable en el tiempo** $I''_{kp} = f(t)$; $I'_{kp} = f(t)$, **subtransitoria** y **transitoria** respectivamente.

Luego no puede utilizarse un modelo como el visto en el punto anterior.



- La expresión que se obtiene para la corriente de CC $i_k(t)$ en el caso de ser $\phi_u = 0$.

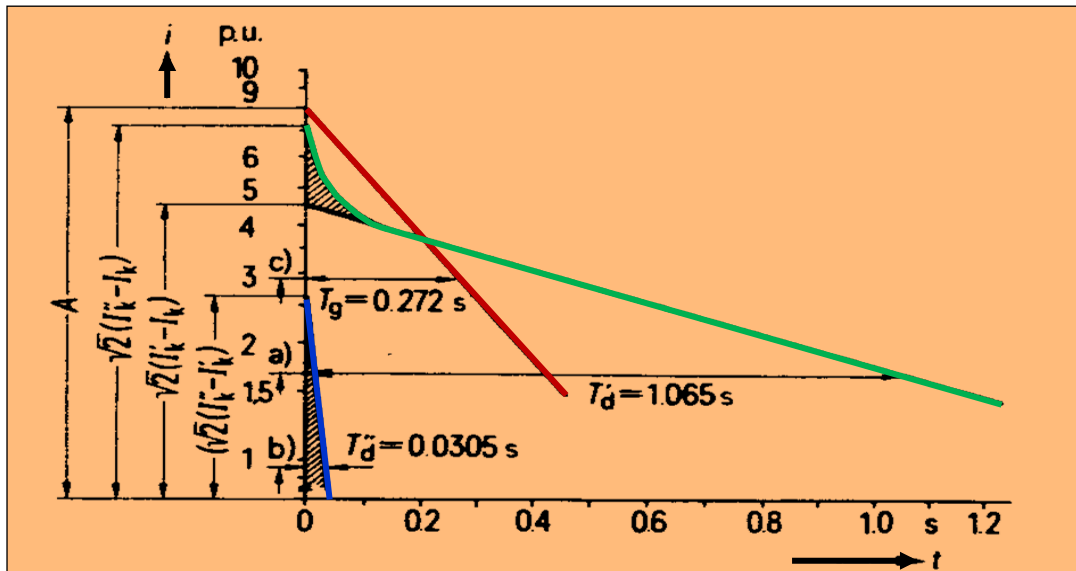
$$\begin{aligned}
 i_k(t) = & \sqrt{2} I''_{kp} \operatorname{sen}(\phi_k) e^{-\frac{t}{T_g}} + && \text{Componente continua} \\
 & + \sqrt{2} (I''_{kp} - I'_{kp}) e^{-\frac{t}{T_d''}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi_k) + && \text{Compo. subtransitoria} \\
 & + \sqrt{2} (I'_{kp} - I_{kp}) e^{-\frac{t}{T_d'}} \operatorname{sen}(\omega t - \phi_k) + && \text{Componente transitória} \\
 & + \sqrt{2} I_{kp} \operatorname{sen}(\omega t - \phi_k) + && \text{Componente permanente} \\
 & + \sqrt{2} I_B e^{-\frac{R_a}{X_s''} \omega t} \operatorname{sen} \phi_B && \text{Compo. estado prefalla}
 \end{aligned}$$

$$I''_{kp} = \frac{E''_p}{X_s''} ; \quad \text{Corriente CC subtransitoria}$$

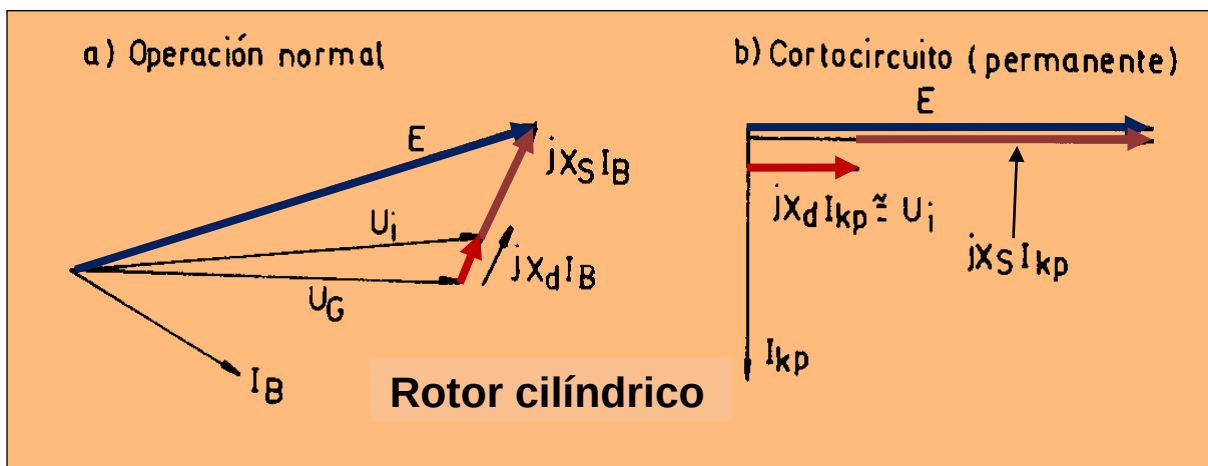
$$I'_{kp} = \frac{E'_p}{X'_s} ; \quad \text{Corriente CC transitoria}$$

$$I_{kp} = \frac{E_p}{X_s} ; \quad \text{Corriente CC permanente}$$

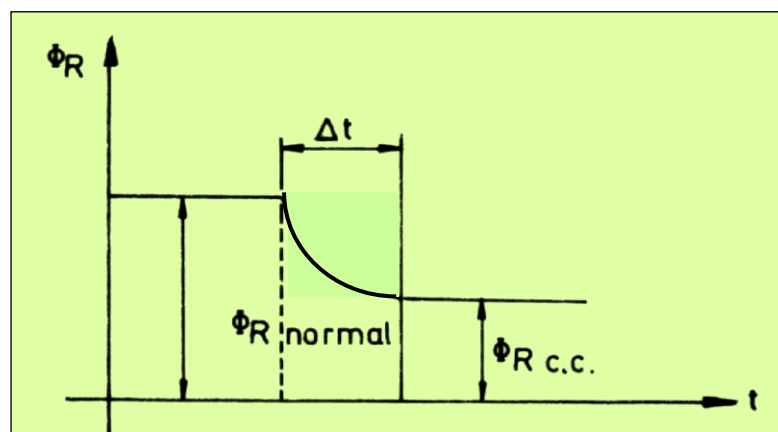
- Las constantes T'_d , T''_d y T_g son determinadas gráficamente con suficiente aproximación como se observa en figura donde se representan las curvas envolventes y en escala semilogarítmica.



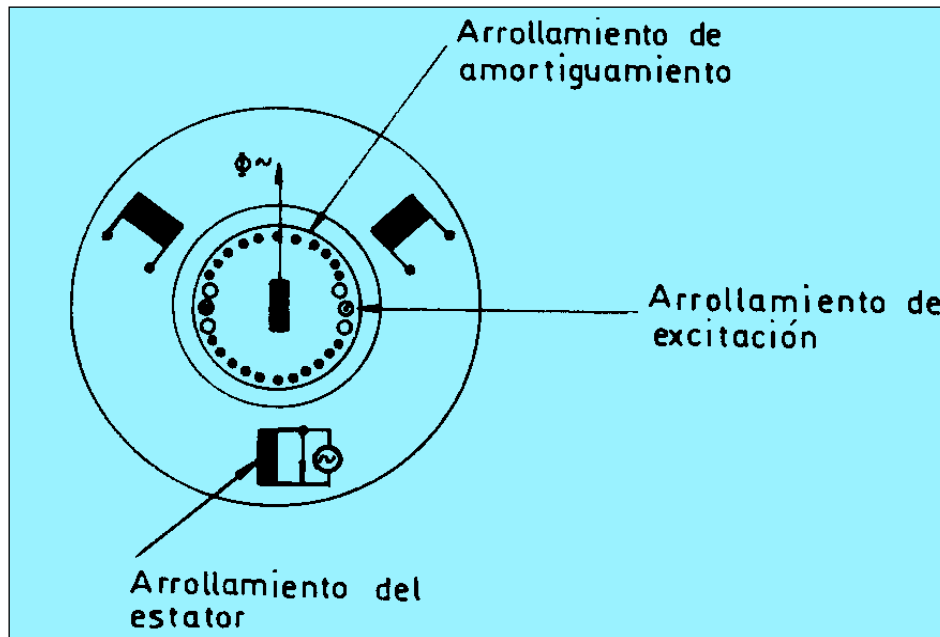
- Diagrama fasorial: Cambio de estado Operación Normal $\Rightarrow$ Falla.



- Análisis temporal de la variación del flujo resultante $\phi_R \Rightarrow \phi_{R\ CC}$.



5.2 Circuito equivalente de un generador en cortocircuito.



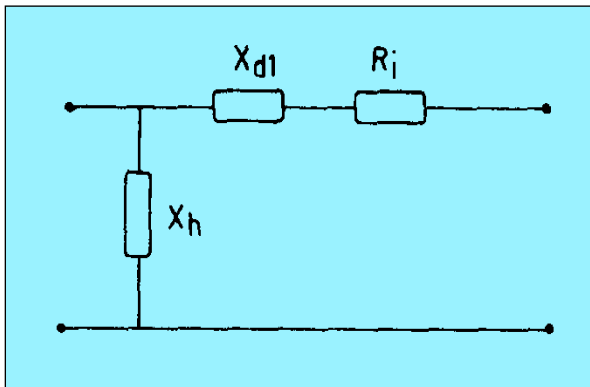
5.2.1 Modelación de las reactancias

Se hacen las siguientes consideraciones:

- Fenómeno real de CC: Las corrientes CC están determinadas base a fenómenos electromagnéticos y sus efectos se manifiestan sobre los voltajes efectivos.
- Modelación Equivalente: En la práctica, la representación y cálculo de las CC se basan en suponer voltajes constantes y las componentes alternas de las CC disminuyen debido a incrementos en las reactancias del generador en forma continua durante el fenómeno.
- Forma de cálculo de las magnitudes de CC: Para calcular CC son necesarias X_s'' , X_s' , X_s , al comienzo de cada uno de los períodos.

➡ Caso Estacionario-permanente:

- Los campos giran con la misma velocidad (frecuencia) y son de amplitud constante. Luego no pueden inducirse tensiones ni corrientes entre arrollamientos del generador.
- Caso análogo a transformador con el secundario abierto (arrollamiento rotóricos):



Para $R_i \Rightarrow 0$

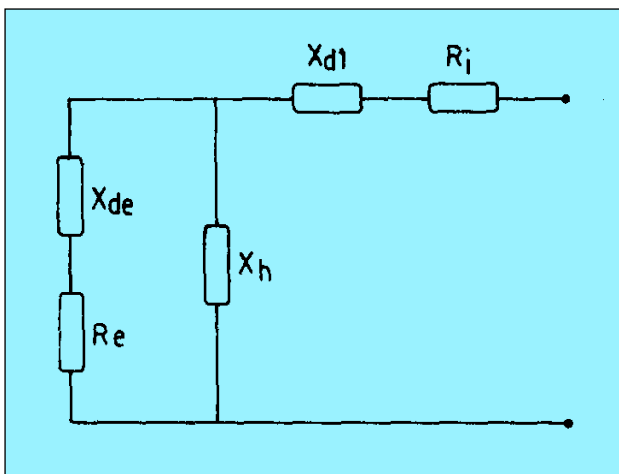
$$X_s = X_h + X_{d1}$$

X_s : Reactancia sincrónica permanente longitudinal

X_h : Reactancia Estática

➡ Caso Transitorio:

- Si $\phi_R \Rightarrow 0$, la fuente de corriente continua que alimenta el arrollamiento rotórico se considera en CC. Luego en el arrollamiento de excitación se inducen tensiones y corrientes alternas.
- Se puede representar como un transformador con el secundario (arrollamiento excitación) cortocircuitado:



Para las $R \Rightarrow 0$

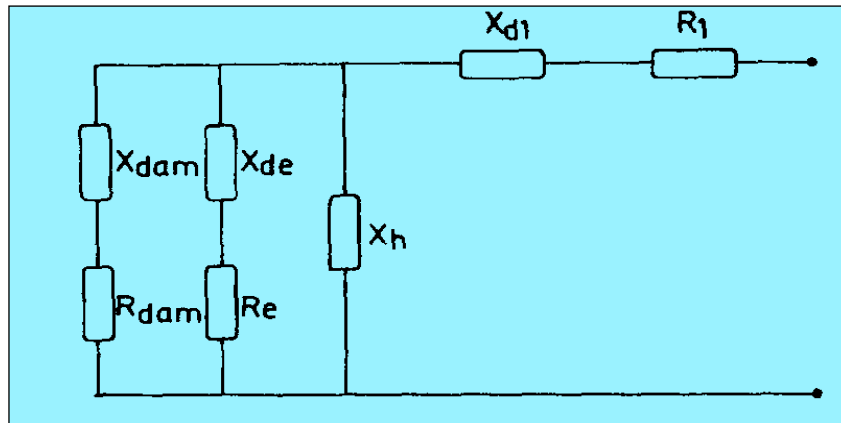
$$X'_s = X_{d1} + \frac{X_h X_{de}}{X_h + X_{de}} = X_{d1} + X_{de}$$

con $X_{de} \ll X_h$

X'_s : Reactancia transitoria longitudinal

➔ Caso Subtransitorio:

- Por el arrollamiento de amortiguamiento en CC, fluyen corrientes elevadas debido a los pequeños valores de resistencia y reactancia. Se representa con un nuevo arrollamiento de un trafo en CC.
- Para $R_i \Rightarrow 0$



$$X_s'' = X_{d1} + \frac{X_h X_{de} X_{dam}}{X_h X_{de} + X_h X_{dam} + X_{de} X_{dam}}$$

$$X_s'' = X_{d1} + \frac{X_{de} X_{dam}}{X_{de} + X_{dam}} \quad \text{dado que}$$

$$X_{dam} < X_{de} \ll X_h$$

X_s'' : Reactancia subtransitoria longitudinal.

X_h : Reactancia correspondiente a la reacción de estator/armadura (reactancia principal de estator) en estado estacionario.

X_{d1} : Reactancia de dispersión del estator.

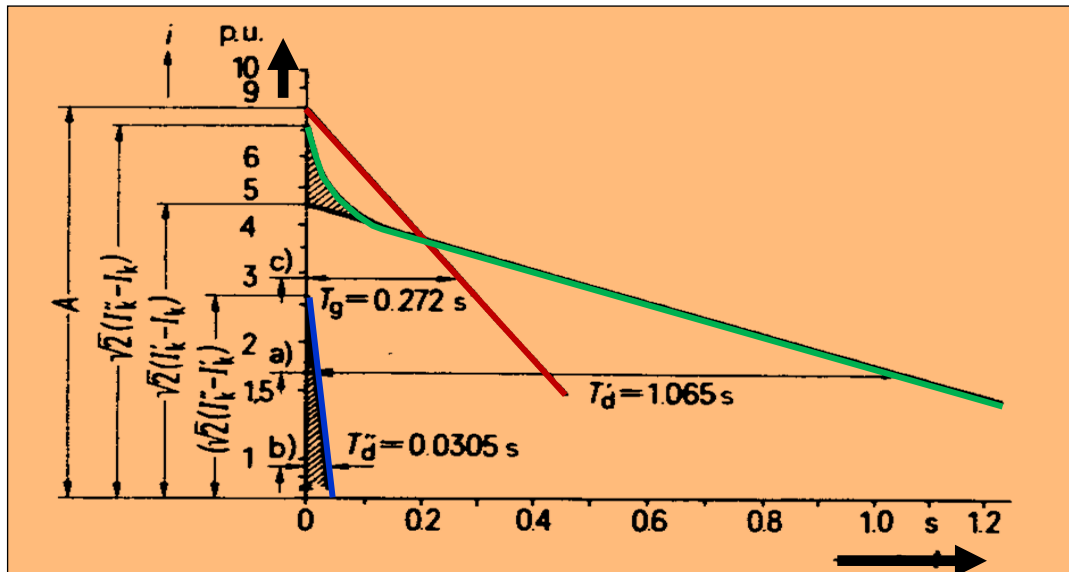
X_{de} : Reactancia de dispersión del arrollamiento de excitación (rotórico).

R_e : Resistencia arrollamiento de excitación.

X_{dam} : Reactancia dispersión arrollamiento de amortiguamiento.

R_{dam} : Resistencia del arrollamiento amortiguador

5.2.2 Constantes de tiempo de la máquina sincrónica.



- La envolvente de la componente AC de la corriente CC muestra el siguiente comportamiento:
 - Se amortigua exponencialmente.
 - Muestra un elevado valor inicial que en los primeros ciclos (2 o 3) decae fuertemente su variación.
- La corriente CC luego continúa decreciendo con una pendiente pequeña hasta finalmente alcanzar el régimen estacionario (corriente de CC permanente).
- Interesa analizar estas variaciones de la pendiente de la envolvente, dado que las constantes de tiempo son de un interés directo en el estudio de fallas de sistemas eléctricos de potencia.

• Interesa conocer el tiempo para el cual el circuito fallado debe ser interrumpido por los dispositivos de protección.

Constantes tiempo subtransitoria T''_{d0} (vacío) y T''_d (CC)

- Características:

- Están definidas por arrollamiento amortiguador y en menor medida por el de excitación.
- El arrolla. amortiguador es de baja impedancia y soporta grandes corrientes inducidas inicialmente que decaen rápidamente a cero.
- Vistas desde arrollamiento armadura, las componentes de DC en los arrollamientos excitación y amortiguamiento se reflejan como corrientes de secuencia positiva cuyas magnitudes muestran el grado de acoplamiento respecto de ambos circuitos rotóricos.

- La constante de tiempo subtransitoria depende de la inductancia vista por la corriente del arrolla. amortiguador la cual es función de la impedancia acoplamiento que tiene asociado con el arrolla. de armadura.

- Con el circuito de armadura abierto T''_{d0} está dada por:

$$T''_{d0} = \frac{1}{\omega R_{dam}} \left(X_{dam} + \frac{X_h X_{dam}}{X_h + X_{dam}} \right) \quad (\text{Del orden de los 50 ms})$$

- Con el circuito de armadura cerrado (CC) el T''_d se define como:

$$T''_d = T''_{d0} \frac{X''_s}{X'_s} \quad (\text{Del orden de 33 ms})$$

- Como se observa el margen de variación de T''_d es pequeño.

- En caso de CC en cualquier punto del sistema (situación intermedia) la constante de tiempo está dada por:

$$T''_d = \frac{X''_s + X_N}{X'_s + X_N} T''_{d0}$$

X_N : Impedancia de la red intercalada.

- El tipo de CC (tri, bi o monofásico) no tiene prácticamente efecto sobre T''_d .

Constante de tiempo transitoria T'_{do} (vacío) y T'_d (CC)

- La T'_{do} con circuito de armadura abierto de la máquina sincrónica:
 - Corresponde a curva expo. tensión en armadura obtenida cuando la excitación es repentinamente anulada operando sin carga.
 - Naturalmente el circuito de campo-excitación trata de mantener excitación durante varios segundos.
 - Se define T'_{do} :

$$T'_{do} = \frac{L_e}{R_e} \quad (\text{Del orden de los 5 a 12 segundos}).$$

L_e y R_e : Inductancia y resistencia del arrollamiento excitación.

- Cuando el circuito de armadura este cerrado:
 - T'_d es diferente por la interacción de ambos arrollamientos.
 - T'_d depende características amortiguamiento arrolla. excitación.
 - T'_d es afectado por el tipo CC en mucho mayor medida que T''_d .
 - Luego T'_d para CC trifásico en bornes de la máquina se define:

$$T'_d = T'_{do} \frac{X'_s}{X_s} \quad (\text{Del orden de 1 a 2 s}).$$

- En el caso de CC en cualquier punto del sistema con X_N :

$$T'_{d(3)} = \frac{X'_s + X_N}{X_s + X_N} T'_{do}$$

- Cuando la red intercalada tiene apreciable resistencia óhmica:

$$T'_{d(3)} = \frac{R_N^2 + (X_s + X_N) + (X'_s + X_N)}{R_N^2 + (X_s + X_N) + (X_s + X_N)} T'_{do}$$

- En el caso de una falla bipolar la constante de tiempo $T'_{d(2)}$:

$$T'_{d(2)} = \frac{X'_s + X_2 + 2 X_N}{X_s + X_2 + 2 X_N} T'_{do}$$

En este caso la reactancia inversa provoca un aumento del orden del 50% respecto de $T'_{d(3)}$.

- En el caso de una falla monofásica la constante de tiempo es:

$$T'_{d(1)} = \frac{X'_s + X_2 + 2 X_N + X_0}{X_s + X_2 + 2 X_N + X_0} T'_{do}$$

La reactancia homopolar provoca un aumento de la constante de tiempo, que puede llegar a ser del orden del doble de $T'_{d(3)}$.

Por lo expuesto en relación con las constantes de tiempo asociadas al periodo transitorio $T'_{d(3)}$, $T'_{d(2)}$ y $T'_{d(1)}$ se concluye que el amortiguamiento de las corrientes de CC se atenúan mucho más lentamente en el caso de fallas asimétricas.

Constante tiempo de la componente continua T_g .

- Esta depende de las características de amortiguamiento del circuito estatórico y de la impedancia de la red intercalada.

T_g es prácticamente la misma para cualquier tipo de CC.

$$T_g = \frac{X_s'' + X_N}{\omega (R_a + R_N)} \quad (\text{Entre } 0,07 \text{ a } 0,4 \text{ seg})$$

R_N : Resistencia de la red intercalada;

R_a : Resistencia efectiva arrollamiento estátorico.

Tipo Generador		X_s	X_s'	X_s''	T_{do}'	T_d'	T_d''	T_g
		[pu]	[pu]	[pu]	[seg]	[seg]	[seg]	[seg]
Turbogenerador rotor cilíndrico (2 polos)		1.5	0.15	0.1	5	0.6	0.02	0.1
		2.5	0.35	0.25	15	2.0	0.06	0.7
Generador de polos salientes con amortiguador longitudinal y transversal	menos de 16 polos	0.95	0.15	0.08	2	0.4	0.02	0.04
		1.78	0.37	0.24	10	2.5	0.08	0.25
	más de 16 polos	0.83	0.23	0.16	4.23	1.0	0.02	0.07
		1.6	0.34	0.24	10	2	0.05	0.15
Generador de polos salientes sin arrollamiento amortiguador	menos de 16 polos	0.98	0.2	0.2	2	0.5		0.09
		1.7	0.35	0.35	10	2.5		0.6
	más de 16 polos	0.86	0.25	0.25	1.5	0.55		0.1
		1.5	0.4	0.4	8	2.5		0.6
Motor sincrónico con arrollamiento amortiguador		0.85	0.22	0.11	1.0	0.2	0.004	0.02
		2.5	0.56	0.32	7.0	1.5	0.06	0.15

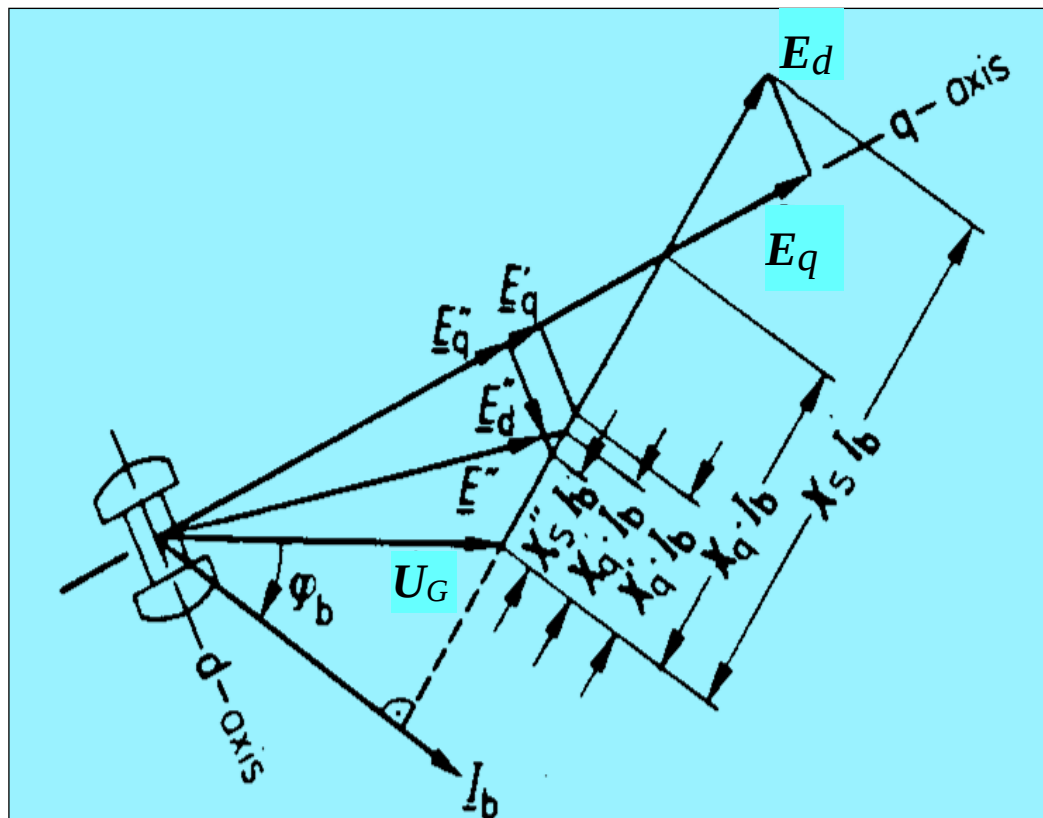
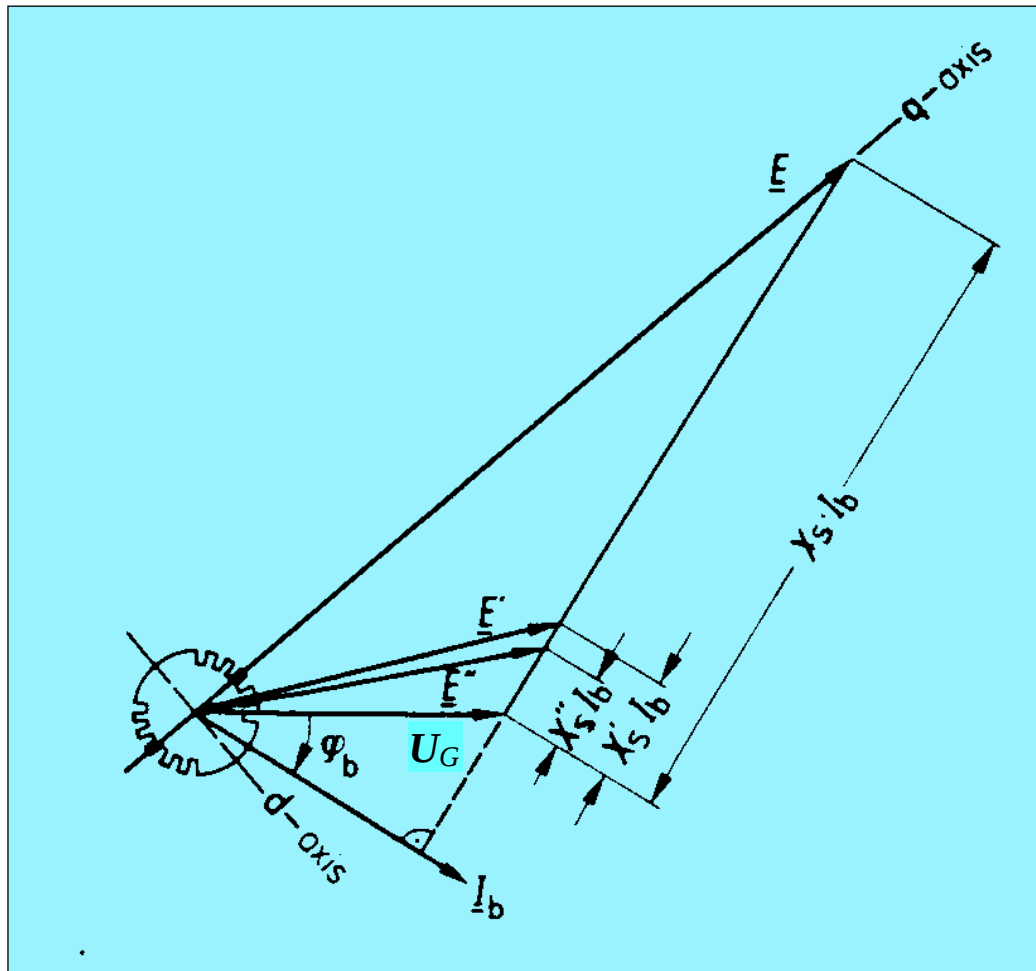
En general se satisface la relación $T_d'' < T_g < T_d'$

5.2.3 Fuerzas Electromotrices (fem) E'' , E' y E

- La fem E (tensión del campo principal) $> U_G$ (en bornes), debido a la caída de tensión en X_S .

La inercia del campo magnético:

- Hace que la fem E no pueda variar instantáneamente en el momento del CC,
 - de manera que la E depende de la carga existente (nivel excitación) inmediatamente antes de producirse el CC.
- Según el modelo adoptado en correspondencia con X'' y X' se distinguen las E'' y E' del campo principal.
 - Además se requiere el valor de la tensión en la rueda polar E la cual es determinante para calcular la corriente permanente de CC.



- En las máquinas de polos salientes, $X_q < X_s$ ($X_q = 0.6 X_s$).
- Si bien en general X''_q/X''_s es levemente mayor que 1. La diferencia no se considera en el cálculo de CC. Luego las relaciones obtenidas para máquinas de rotor cilíndrico pueden utilizarse para máquinas de polos salientes.
- Luego para cq. tipo de máquina las fuerzas electromotrices están relacionadas con la tensión en bornes del generador como sigue:

$$I''_{kp} = \frac{E''}{X''_s} \quad ; \quad |\bar{E}''| = |\bar{U}_G + j\bar{I}_B X''_s| = |\bar{U}_i|$$

$$I'_{kp} = \frac{E'}{X'_s} \quad ; \quad |\bar{E}'| = |\bar{U}_G + j\bar{I}_B X'_s| = |\bar{U}_i|$$

$$I_{kp} = \frac{E}{X_s} \quad ; \quad |\bar{E}| = |\bar{U}_G + j\bar{I}_B X_s|$$

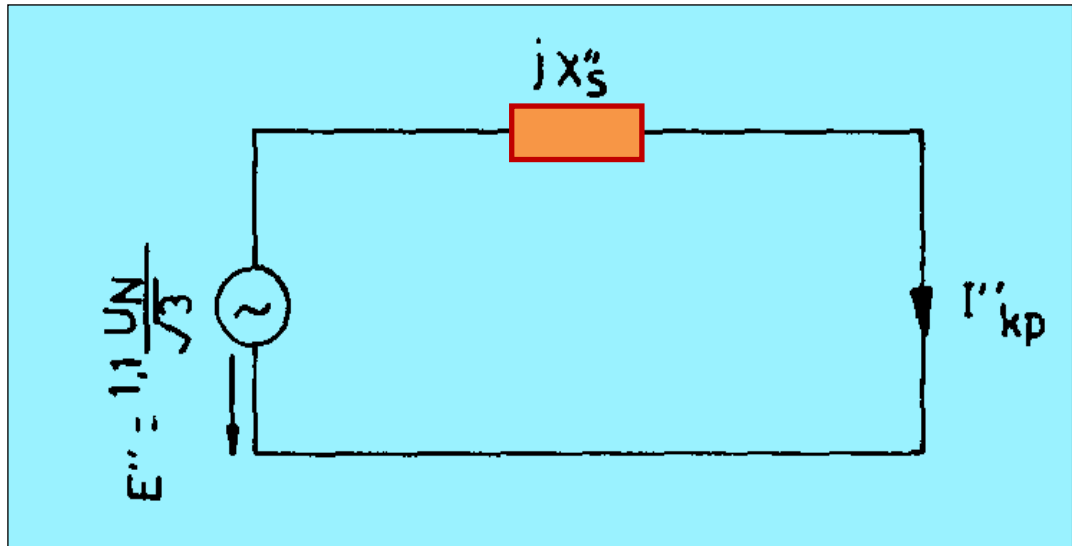
- Para parámetros operación E , E' y E'' bajo las condiciones $I_B = I_N$ y $\cos \varphi = 0.8$ se tienen los siguientes valores:

	Rotor cilíndrico	Polos salientes
$\frac{E''}{U_M}$	1.08	1.12
$\frac{E'}{U_M}$	1.12	1.18
$\frac{E}{U_M}$	2.5	1.8

Puede adoptarse como valor medio para el periodo subtransitorio:

$$E'' = 1.1 U_M = 1.1 \frac{U_N}{\sqrt{3}}$$

- Luego el modelo de circuito de cálculo del generador para I''_{kp} :



5.3 Determinación de la corriente de choque I_s y de la corriente de apertura-interrupción I_a

Corriente de Choque I_s :

- Para I_s valen las consideraciones ya hechas:

$$\phi_u = 0 \quad ; \quad \phi_k = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \omega t_{max} = \frac{\pi}{2} + \phi_k$$

$$I_s = i_k(\omega t_{max}) = \chi_G \sqrt{2} I''_{kp}$$

$$\chi_G = 1 - \frac{I_{kp}'}{I_{kp}''} e^{-\frac{t_{max}}{T_d''}} + \left(\frac{I_{kp}'}{I_{kp}''} - \frac{I_{kp}}{I_{kp}''} \right) e^{-\frac{t_{max}}{T_d'}} + \frac{I_{kp}}{I_{kp}''} +$$

$$+ \left(\sin \phi_k - \frac{I_B}{I_{kp}''} \sin \phi_B \right) e^{-\frac{R_a}{X_s''} \omega t_{max}}$$

- χ_G puede obtenerse de la curva $\chi = f\left(\frac{R}{X}\right)$ Norma VDE 0102.
- Se pueden adoptar los siguientes valores:

$R_G = 0,05 X_s''$ para generadores con $S_N \geq 100$ MVA

$R_G = 0,07 X_s''$ para generadores con $S_N < 100$ MVA

$$\chi_G = 1,9 - 1,8$$

Corriente de Apertura I_a :

- Si entre los bornes del generador y el CC se encuentran otros medios de operación, sus impedancias asociadas intervienen en las expresiones de la corriente de CC:

$$Z_N = R_N + jX_N : \text{ Impedancia de red}$$

$$I_{kp}'' = \frac{E_p''}{jX_s'' + Z_N} : \text{ Valor inicial de la corriente subtransitoria}$$

$$I_{kp}' = \frac{E_p'}{jX_s' + Z_N} : \text{ Corriente transitoria}$$

$$I_{kp} = \frac{E_p}{jX + Z} : \text{ Corriente de cortocircuito permanente}$$

- Si se desprecia R_N se tiene, de acuerdo a lo visto.

$$T_d'' = T_{do}'' \frac{X_s'' + X_N}{X_s' + X_N} \quad ; \quad T_d' = T_{do}' \frac{X_s' + X_N}{X_s + X_N}$$

Conclusiones:

a) T_d' y T_d'' son mayores mientras mayor es la distancia al CC, ya que la influencia de X_N es mayor en el numerador que en el denominador por ser $X_s'' < X_s' < X_s$.
Luego corrientes CC se atenuarán más lento según X_N .

c) Por otro lado como el valor inicial I_{kp}'' disminuye con el aumento de la distancia eléctrica, luego $\frac{I_{kp}''}{I_N}$ puede adoptarse como una medida inversa de dicha distancia.

- Expresión para calcular I_a :

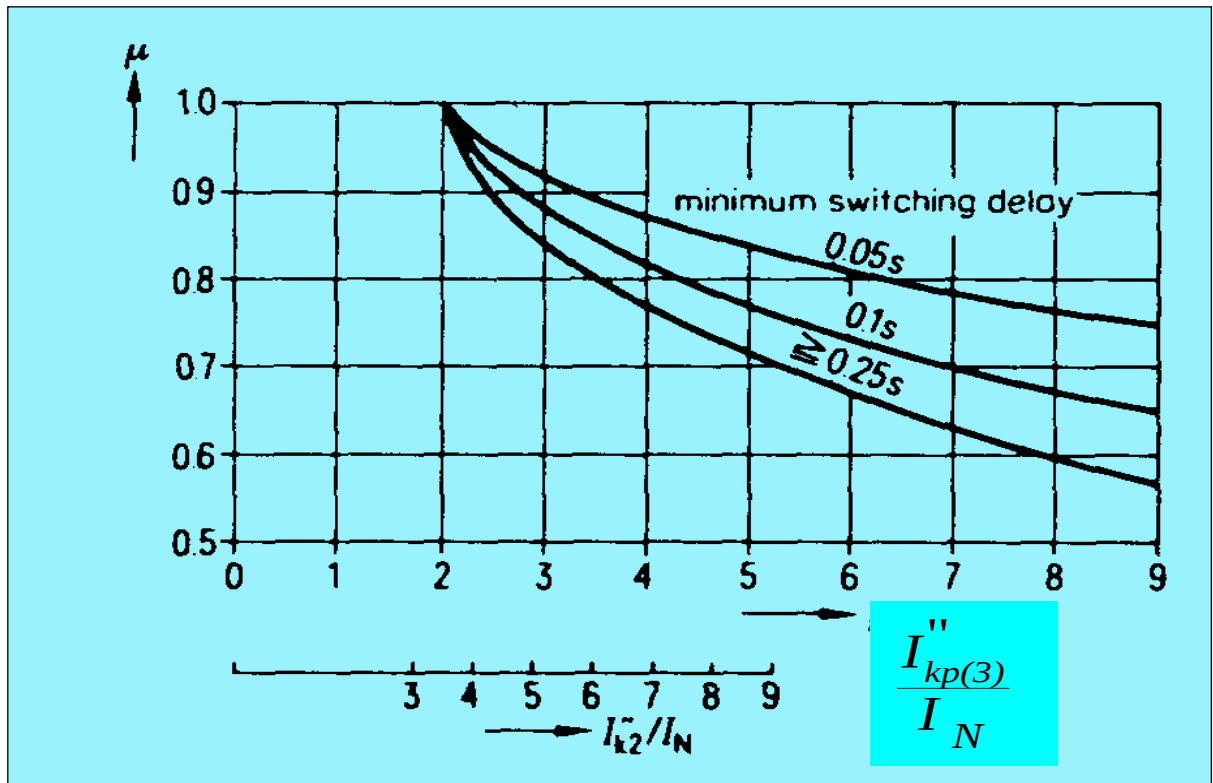
- La corriente de interrupción I_a es menor que I_{kp}''

$$I_a = \mu \cdot I_{kp}'' \quad \text{con} \quad 0.6 \leq \mu \leq 1$$

- μ es más pequeño cuanto más cerca esté el CC ya que T_d' y T_d'' son menores y también mientras mayor sea el retardo t_{ka} .

- Para cortocircuito en bornes, $\frac{I_{kp}''}{I_N} \approx 7 - 10$

Luego
$$\mu = f\left(\frac{I_{kp}''}{I_N}; t_{ka}, \text{Tipo de falla}\right)$$



Según la norma VDE 0102

5.4 Determinación de corriente cortocircuito permanente

- Se distinguen dos casos:

a) Generador en vacío: $U_M = E = \frac{U_N}{\sqrt{3}}$

b) Generador con máxima excitación: $E = E_{máx} = k U_M$

- Para a) Generador vacío. Si se desprecia la R_N :

$$I_{kp \min} = \frac{U_M}{X_s + X_N} = \frac{U_N}{\sqrt{3} (X_s + X_N)}$$

Refiriendo I_{kp} al valor base I_N y X_S y X_N a la impedancia base $\frac{U_N}{\sqrt{3} I_N}$ se obtiene:

$$\frac{I_{kp \min}}{I_N} = \frac{1}{X_S + X_N} = \lambda_{\min}$$

x_S, x_N : Valores en pu.

X_S, X_N : Valores absolutos

$$I_{kp \min} = \lambda_{\min} \cdot I_N$$

$\lambda_{\min}$ es $f(X_N)$. ($X_N = 0$ para CC bornes) y $f(\text{tipo generador})$:

- Rotor cilíndrico $X_S = 2.0 - 3.0$ $\lambda_{\min} = 0.3 - 0.5$.
- Polos salientes $X_S = 0.7 - 1.0$ $\lambda_{\min} = 1.0 - 1.4$

• **Para b) Generador máxima generación:**

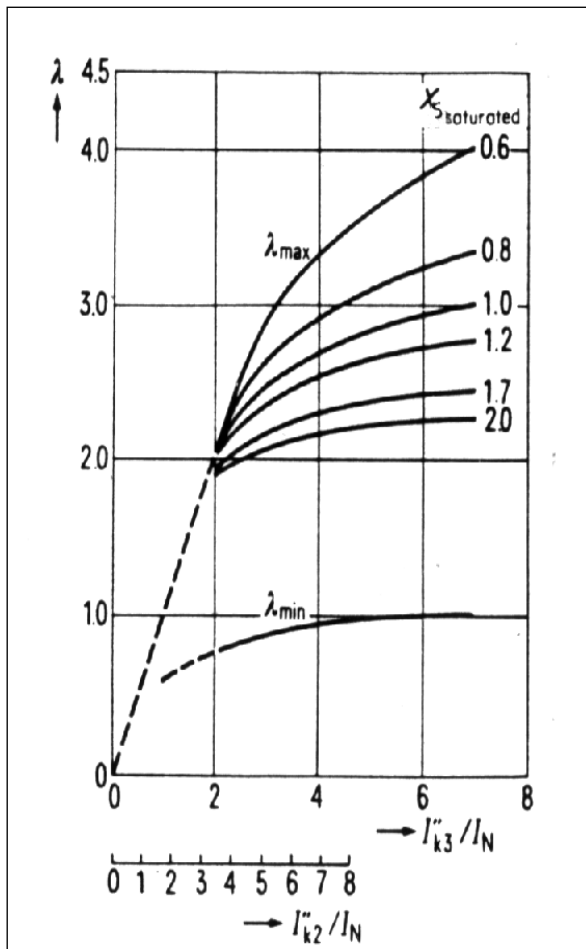
$$I_{kp \max} = \frac{k U_M}{X_S + X_N}$$

$$\frac{I_{kp \max}}{I_N} = \frac{k}{X_S + X_N} = \lambda_{\max}$$

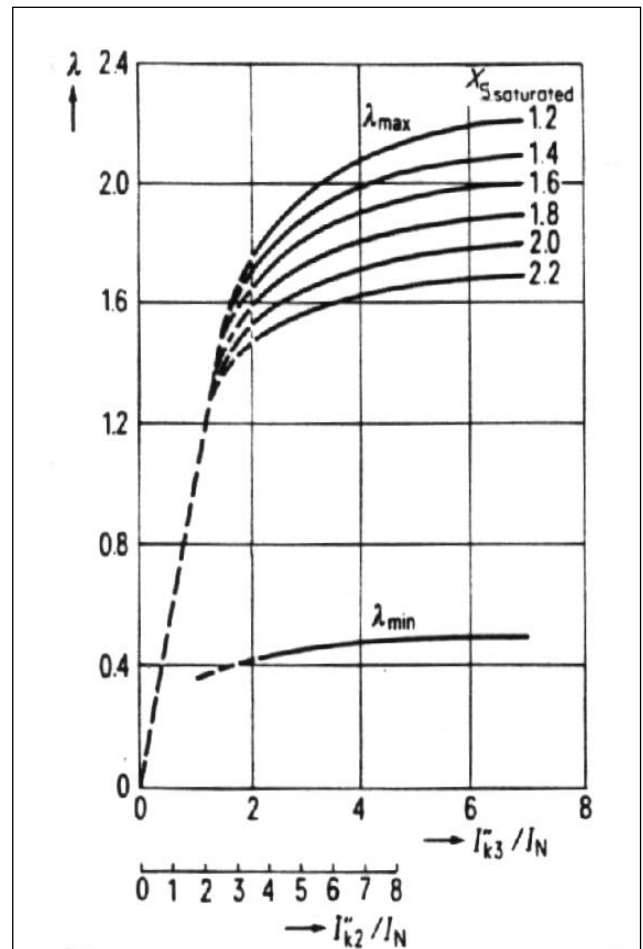
$$I_{kp \max} = \lambda_{\max} \cdot I_N$$

X_S : Reactancia sincrónica saturada.

Polos salientes



Rotor cilíndrico



Según norma VDE 0102

6 CORTOCIRCUITO TRIPOLAR EN BORNES DE MÁQUINAS ASINCRÓNICAS. SSSSS

- Si una máquina asincrónica en funcionamiento se separa de la red y se CC sus bornes, la corriente muestra un comportamiento similar al de la máquina sincrónica.
- La corriente de CC debe tenerse en cuenta para la selección de interruptores de red en el caso de motores grandes (con potencia activa elevada por par de polos y momento de inercia elevado).
- La máquina asincrónica no tiene arrollamiento de excitación, luego no existen corrientes de CC transitoria y permanente.

$$I'_{kp} = I_{kp} = 0 \text{ y } T'_d = 0$$

$$i_k(t) = \sqrt{2} I''_{kp} e^{-\frac{R}{X}\omega t} \sin\phi k$$

Componente Continua

$$+ \sqrt{2} I''_{kp} e^{-\frac{t}{T''_d}} \sin(\omega t - \phi k)$$

Compone. Subtransitoria

$$- \sqrt{2} I_B e^{-\frac{R}{X}\omega t} \sin\phi B$$

Influencia Carga Prefalla

$$I''_{kp} = \frac{E''_p}{X} = \frac{E''_p}{X_M + X_N}$$

$$X_M = \frac{U_N}{\sqrt{3} I_N} \frac{I_N}{I_{arr}}$$

X_M : Reactancia Subtransitoria Motor

$$E''_p = 1.1 \frac{U_N}{\sqrt{3}}$$

I_{arr} : Corriente de arranque.

X_N : Reactancia de red entre la máquina y el punto de CC.

T''_d : Constante de tiempo subtransitoria: depende de potencia activa por par de polos.

- Para CC en bornes puede darse los siguientes valores:

Potencia por par de polos	T''_d (valor medio)
1000 kW	0.12 seg.
100 kW	0.065 seg.
10 kW	0.04 seg.

- Para cálculo I_S vale lo ya analizado para máquinas sincrónicas.

$$I_S = i_k(\omega t_{max}; \phi u_{max}) \text{ con } \begin{cases} \omega t_{max} = \frac{\pi}{2} + \phi k \\ \phi u_{max} = 0 \end{cases}$$

- Los valores de χ pueden obtenerse de la curva norma VDE 0102.
- Para motores alimentados con tensiones altas

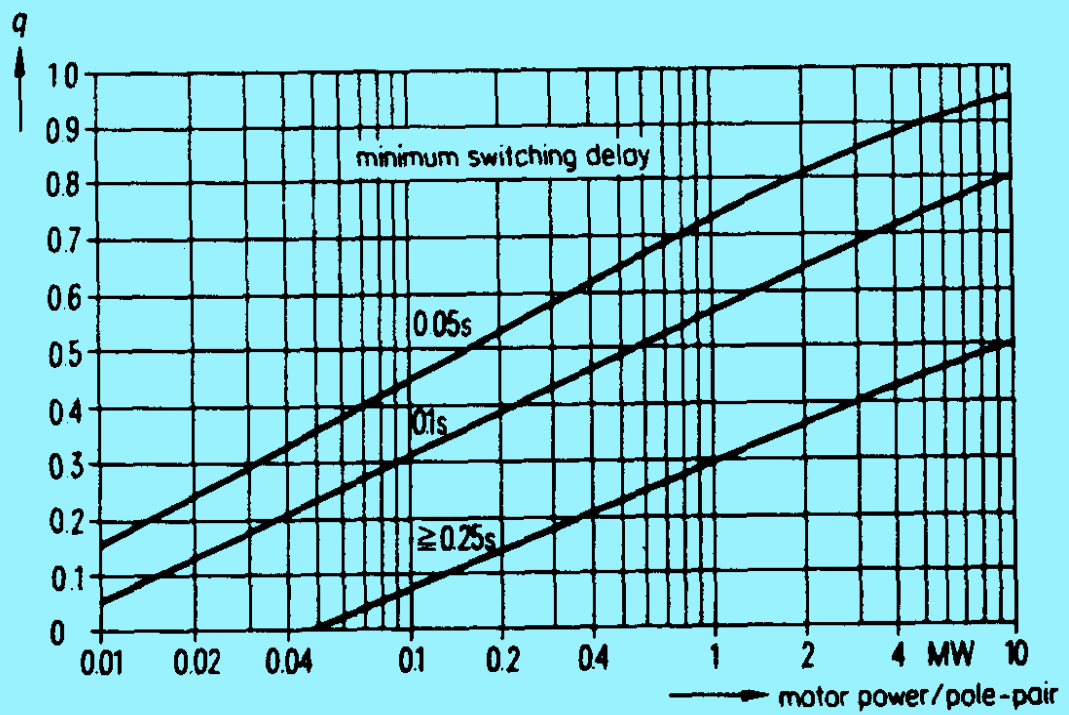
$$\chi = 1.65 \text{ para } \frac{P}{p} < 1 \frac{MW}{\text{par de polos}}$$

$$\chi = 1.75 \text{ para } \frac{P}{p} > 1 \frac{MW}{\text{par de polos}}$$

- No existen corrientes transitoria y permanente, luego I_a está más atenuada que en el caso de generadores sincrónicos, aspecto que se tiene en cuenta con el factor q .

$$I_a = \mu \cdot q \cdot I''_{kp}$$

$$q = f \left(t_{ka}, \frac{P}{p} \right) \text{ Según Norma VDE 0102}$$

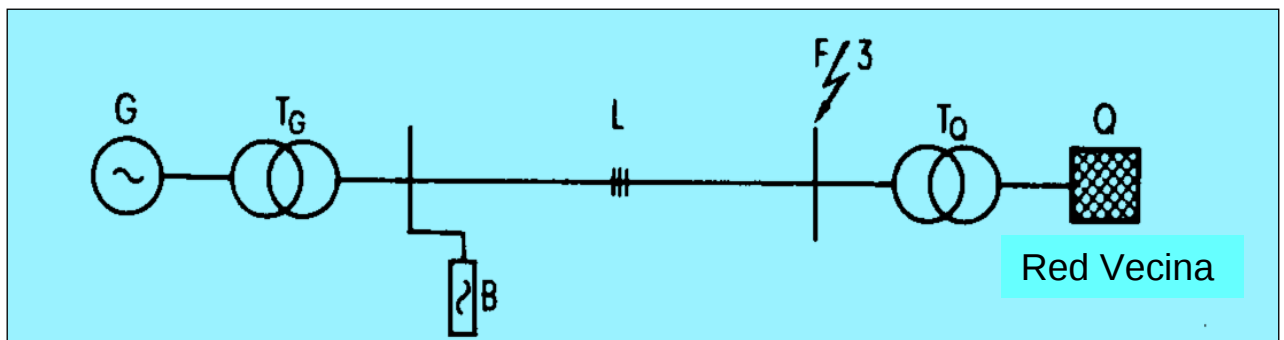


7 METODOS UTILIZADOS PARA EL CÁLCULO DE LAS CORRIENTES INICIALES DE CORTOCIRCUITO.

- Existen dos métodos para calcular las corrientes CC:
 - 1) Considera el estado de carga prefalla del sistema.
Brinda resultados más precisos pero requiere de un mayor esfuerzo de datos y cálculo.
 - 2) Que ignora el estado prefalla y es más sencillo de utilizar.
Brinda resultados menos precisos pero requiere menos datos es más fácil de calcular.

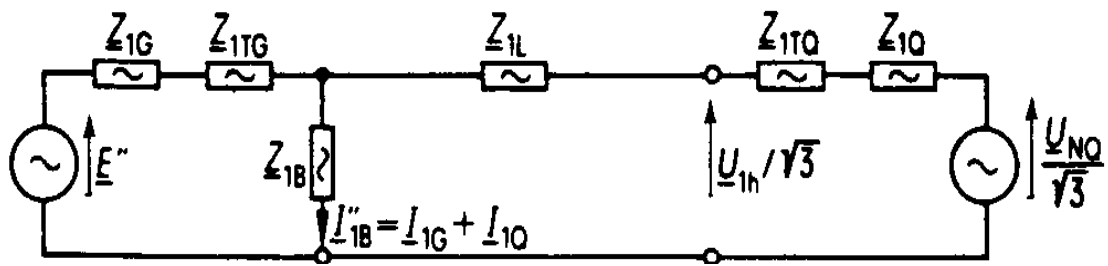
Ambos métodos son aplicables dado que:

- Las impedancias de los elementos del sistema eléctrico se pueden suponer lineales (Z constante).
 - Normalmente la precisión requerida es $\pm 7-10\%$.
 - Siempre es necesario establecer escenario de cálculo típico, el cual es una representación aproximada.
- La presentación del problema se hace sobre la base del cálculo de cortocircuito trifásico.

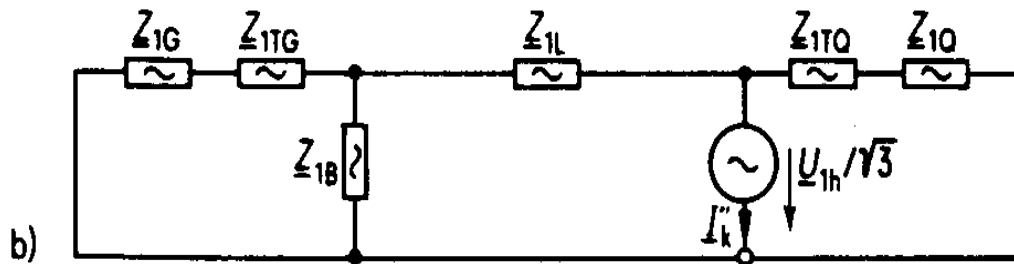


7.1 Método que considera estado Prefalla del sistema.

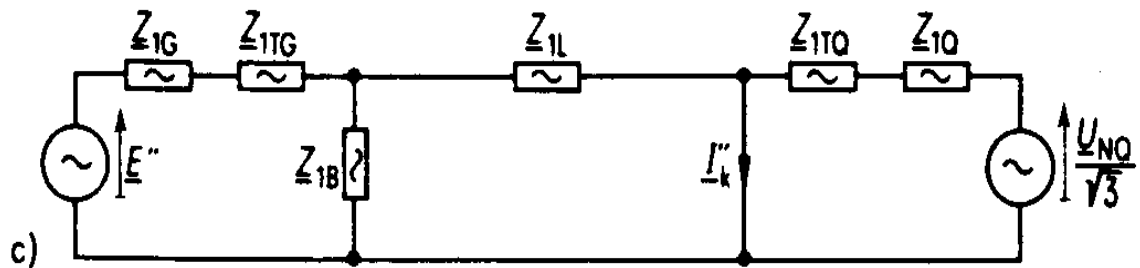
- **Es necesario conocer el estado eléctrico prefalla (resultado Flujo de Potencia):**
 - Magnitudes y ángulos fases como son potencia activa-reactiva.
 - Voltaje en barra de cada generador o sistema vecino de alimentación.
 - Las impedancias longitudinales y transversales tales como capacidades de líneas, la demanda, el despacho generación, etc.
- **El cálculo se hace en 3 pasos, aplicando “*Principio de Superposición*”.**
 - 1) **Figura a):** Cálculo Flujo de Potencia en operación normal:
 - Se calcula el estado de I y U correspondiente al estado de carga (Máxima o Mínima).
 - 2) **Figura b):** Cálculo de CC en la barra de interés:
 - Se simula CC, corriente I''_k utilizando única fuente de voltaje de Thevenin. La tensión pre-falla es la de operación normal.
 - El voltaje de todas las fuentes de alimentación se iguala a 0.
 - Se calcula la distribución de corrientes CC en todo el circuito.
 - 3) **Figura c):** Se combinan linealmente las corrientes determinadas en el primer y segundo paso.



a) **Estado Prefalla – Flujo Potencia- Corrientes en Operación Normal**



b) **Estado de Falla – Corrientes Cortocircuito con Fuente Thevenin**



c) **Estado Final Corrientes en Condiciones Falla Considerando Ambos Estados**

- Una variante de este método puede ser estructurado en 2 pasos. La diferencia es que en lugar de considerar el voltaje en el punto de falla en operación normal son calculadas las U de generadores correspondientes al estado operación normal.
 - 1) El 1er. paso coincide esencialmente con el primer paso del método de superposición (figura a). Flujo de Potencia Normal.
 - 2) En el 2do. paso, para la situación de CC, las magnitudes y ángulos de fase de fuentes de tensión son punto de partida para el cálculo de CC. De tal manera que la distribución de corrientes resultantes del 2do. paso, incluye la distribución de corriente del primer paso. O sea estado se corresponde con siguiente figura c).

Desde el punto de vista de la precisión de los resultados las dos variantes son similares.

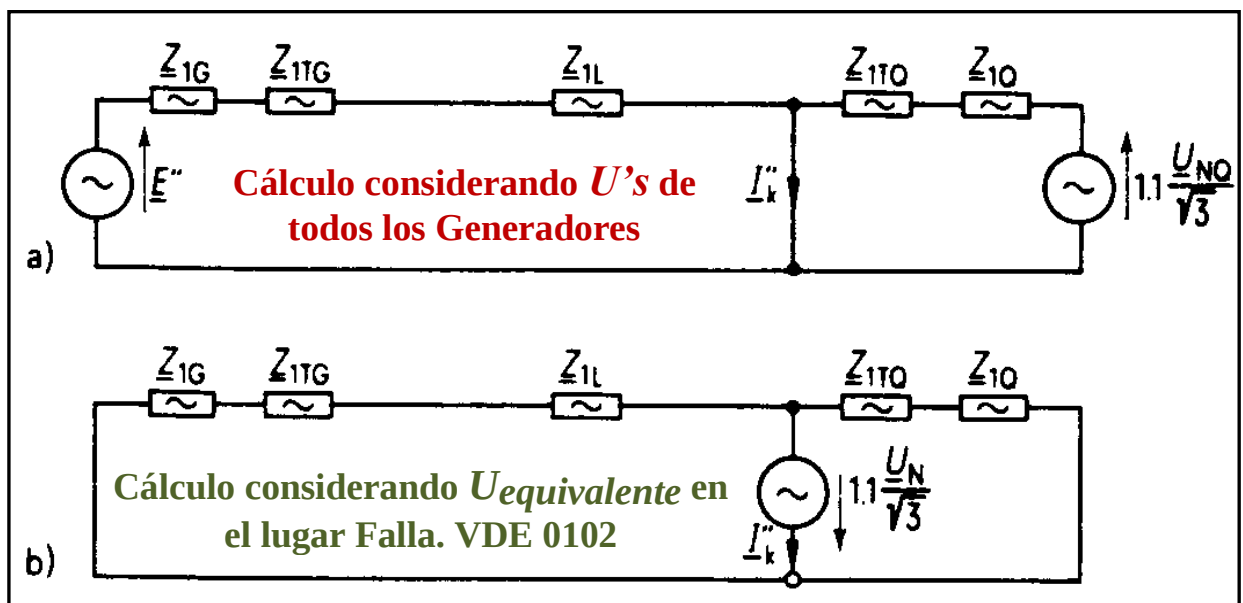
7.2 Método que no considera el estado Prefalla (Se considera en forma simplificada).

- Se presentan dos variantes. Las corrientes I''_k iniciales de CC pueden ser calculadas:

- 1) A partir de las *fem's* E'' efectivas de los generadores.
- 2) A partir de única *fem* E'' equivalente Thevenin en lugar falla.

Las normas VDE 0102 se basan en la última variante.

- Las impedancias transversales (demandas y capacidades operativas de líneas) son ignoradas, excepto cargas motóricas importantes, consideradas como fuentes-inyección de CC.



- Para la modelación de la $U_{equivalente}$ se considera:
 - 1) **Figura a:** Circuito equivalente con las tensiones efectivas E'' de generadores (voltaje inicial) y redes vecinas con $1.1 U_N / \sqrt{3}$.
 - 2) **Figura b:** Circuito equivalente también se considera una $U_{equivalente} = 1.1 U_N / \sqrt{3}$ en punto de falla (norma VDE 0102):
 - a) La U efectiva generadores y redes vecinas son igualadas a cero. Tienen su efecto solo a través de sus impedancias.
 - b) El factor 1.1 es la relación del valor inicial de E'' a $U_N / \sqrt{3}$

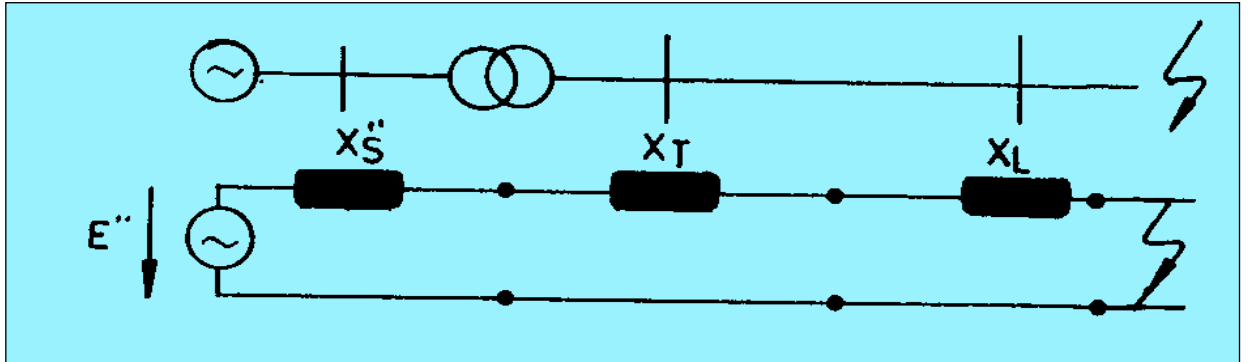
- Para **fallas asimétricas** el uso de la fuente de $U_{equivalente}$ para el cálculo de corrientes de CC, se considera:
 - 1) Las impedancias transversales (cargas no motóricas y capacidades de líneas) en los sistemas de sec. (+) y (-), son ignoradas como en el caso de fallas simétricas.
 - 2) En el sistema de sec. (0) por el contrario, deben considerarse dado que las capacidades de línea y las demandas no se compensan como en el caso de los sistemas de sec. (+) y (-).

7.3 Conclusiones respecto de los Métodos Analizados.

- El cálculo de las **Corrientes Iniciales de CC (I''_k)** considerando el **Estado Prefalla** requiere:
 - 1) Conocimiento completo de las impedancias de la red.
 - 2) Una cantidad de datos relativo a las características de los equipos, potencia activa y reactiva de las fuentes individuales y de demandas.
 - 3) La disponibilidad de programas de cálculo adecuados.
- El cálculo de **Corrientes Iniciales de CC (I''_k)** por el **Método Simplificado**:
 - 1) Produce resultados suficientemente precisos para satisfacer los requerimientos desde el punto de vista del análisis de falla en sistemas que operan hasta en 500 kV.
 - 2) Estos resultados calculados siguiendo las normas VDE están del lado seguro.
- El método más preciso puede resultar necesario en sistemas de muy alta tensión, líneas largas, cables o en el análisis de fallas y especificaciones de protecciones en sistemas problemáticos.

8 CALCULO DE CORTOCIRCUITO EN REDES CON ALIMENTACION MULTIPLE Y REDES MALLADAS.

• Caso Alimentación Simple.



$$I_S, I''_{kp}, I_a, I_{kp}$$

I_S : Corriente de choque de cortocircuito

I''_{kp} : Corriente subtransitoria inicial de cortocircuito.

I_a : Corriente de apertura de cortocircuito.

I_{kp} : Corriente de cortocircuito permanente.

• Con alimentación múltiple, se tienen en cuenta dos casos:

a) Sin caminos comunes de corriente (red no mallada).

$I''_{kp1}, I_{a1}, I_{s1}, I_{kp1}$	} Para cada camino se calculan los valores que caracterizan el cortocircuito.
$I''_{kp2}, I_{a2}, I_{s2}, I_{kp2}$	
.....	
$I''_{kpi}, I_{ai}, I_{si}, I_{kpi}$	
.....	
$I''_{kpn}, I_{an}, I_{sn}, I_{kpn}$	

Pueden considerarse como varios casos de cortocircuito con una sola alimentación; luego, aplicando el teorema de superposición:

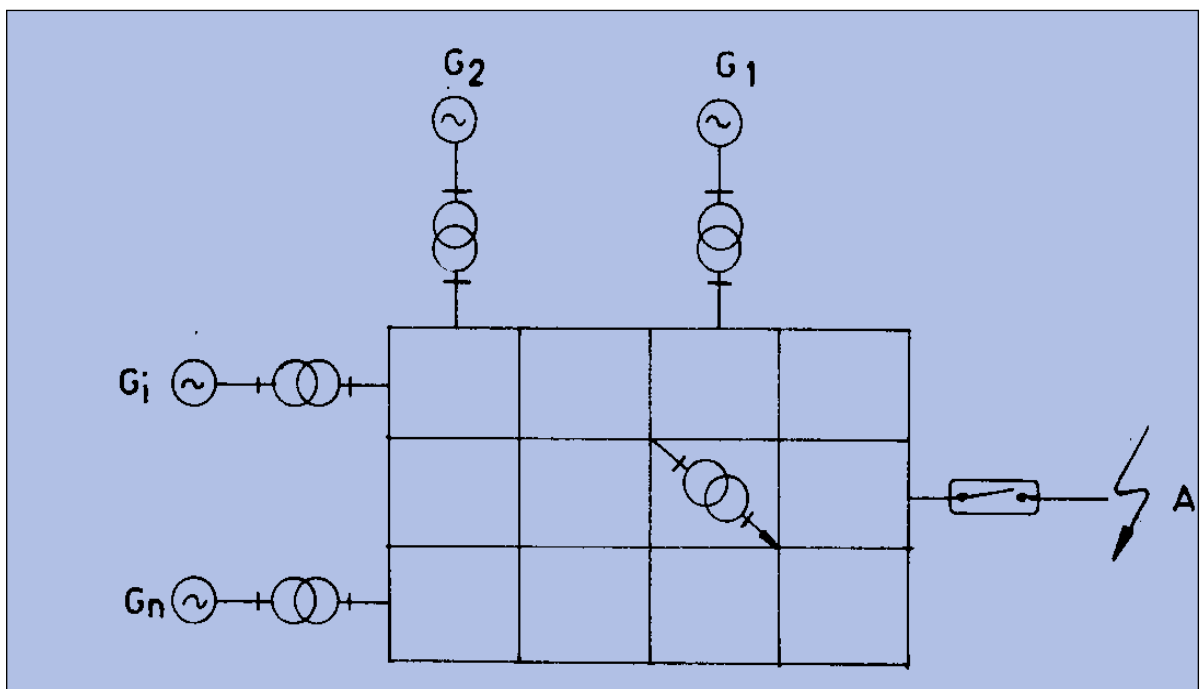
$$I''_{kp} = \sum_{i=1}^n I''_{kpi} \quad \text{Corriente de CC inicial.}$$

$$I_a = \sum_{i=1}^n \mu_i I''_{kpi} \quad \text{Corriente de apertura del CC.}$$

$$I_s = \sqrt{2} \sum_{i=1}^n \chi_i I''_{kpi} \quad \text{Corriente de choque.}$$

$$I_{kp} = \sum_{i=1}^n \lambda_i I_{Ni} \quad \text{Corriente permanente de CC.}$$

b) Con caminos comunes de corriente (red mallada).



- **Hipótesis simplificativas. (Norma VDE 0102)**

- Son despreciados todos elementos transversales no-motóricos.
- La carga existente anterior a la falla es considerada indirectamente a través de la fem (E'') detrás de la X'' del generador.
- Consumidores motóricos grandes son tenidos en cuenta.
- Los valores de voltaje detrás de la rueda polar iguales a $E'' = 1.1 \frac{U_N}{\sqrt{3}}$ con igual fase temporal.

- **Procedimiento de cálculo I''_{kp} :**

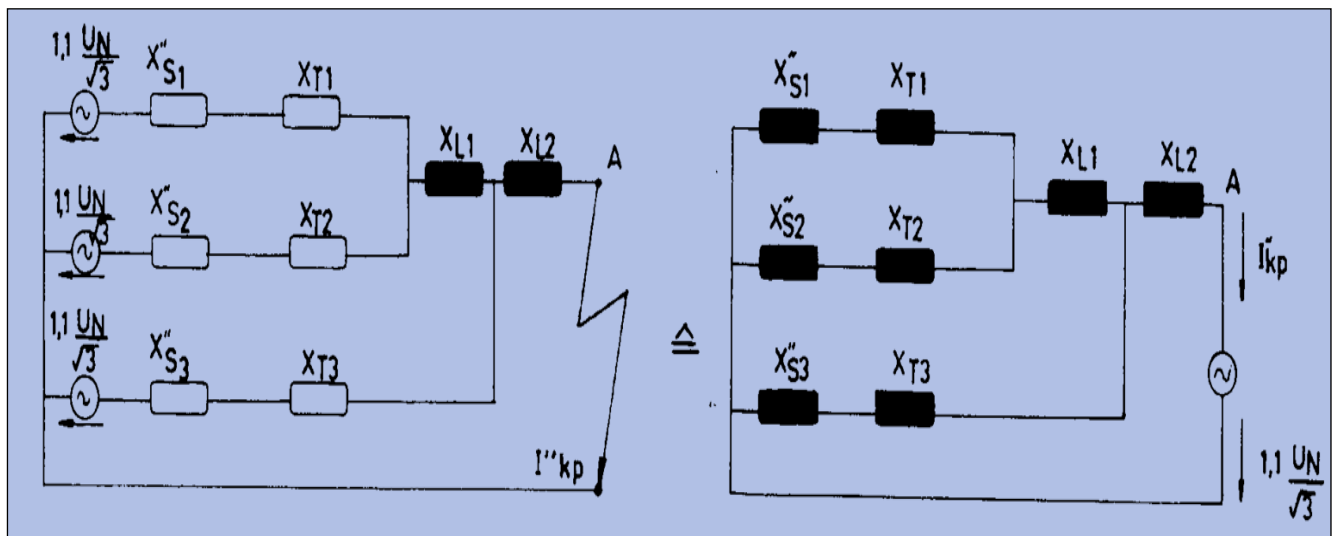
- Reemplazar en todas las fuentes de fem $E'' = 1.1 \frac{U_N}{\sqrt{3}}$
- Representar circuito equivalente con todos sus caminos posibles.
- Reducir todo el circuito a una reactancia equivalente X .

$$I''_{kp} = \frac{1.1 U_N}{\sqrt{3} X}$$

- Aplicando Thevenin, calcular CC en el lugar de la falla A, con una fem e impedancia equivalentes.

- Continuando con el ejemplo para el cálculo I''_{kp} :

Si se considera en forma aproximada, que antes del cortocircuito $U_{AD} = 1.1 \frac{U_N}{\sqrt{3}}$ se obtendrá el siguiente circuito equivalente de cálculo:



- I_S sólo puede conocerse en forma aproximada ya que $\chi = f \left[\frac{R_{ki}}{X_{ki}} \right]$ no se conoce y es muy distinto para cada elemento.

Puede tomarse $\chi = 1.8$ para redes de AT (VDE 0102) de manera:

$$I_S = \sqrt{2} \cdot 1.8 \cdot I''_{kp}$$

- Para la determinación de I_a , la corriente I''_{kp} debe repartirse entre las alimentaciones i , de tal forma que:

$$I''_{kp} = \sum_{i=1}^n I''_{kpi}$$

- Para calcular I_a , para cada alimentación se determina el μ_i a partir de I''_{kpi}/I_{Ni} y t_{ka} :

$$I_a = \sum_{i=1}^n \mu_i I''_{kpi}$$

Para redes con tensión rígida vale $\mu_i = 1$.

- Para calcular I_{kp} también se utiliza I''_{kpi}/I_{Ni} para determinar el aporte a la corriente de cortocircuito permanente por parte de las máquinas sincrónicas:

$$I_{kp} = \sum_{i=1}^k \lambda_{i_{max}} I_{Ni} + \sum_{i=k+1}^n I_{kpi}$$

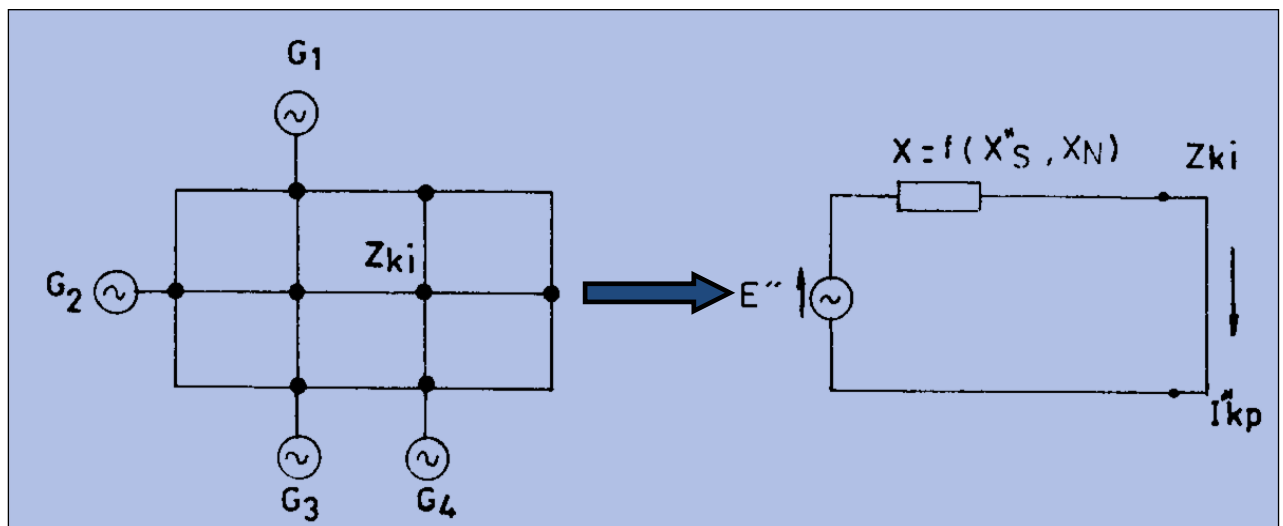
- El cálculo exacto para grandes redes con alimentación múltiple sólo es posible mediante computadora digital.

9 PLANIFICACION DE INSTALACIONES RESISTENTES AL CORTOCIRCUITO.

9.1 Leyes Estadísticas Crecimiento Potencia CC redes.

Las corrientes de CC evolucionan:

- Dinámicamente en el corto y largo plazo dependiente de la configuración operativa y del crecimiento de la demanda.
- Según la reactancia total vista del lugar de la falla (Thevenin) es función de X''_S y de X_N , para un Z_{ki} el posible lugar de un CC;



$$I''_{kp} = f(P, X_N)$$

P : Potencia total de generación.

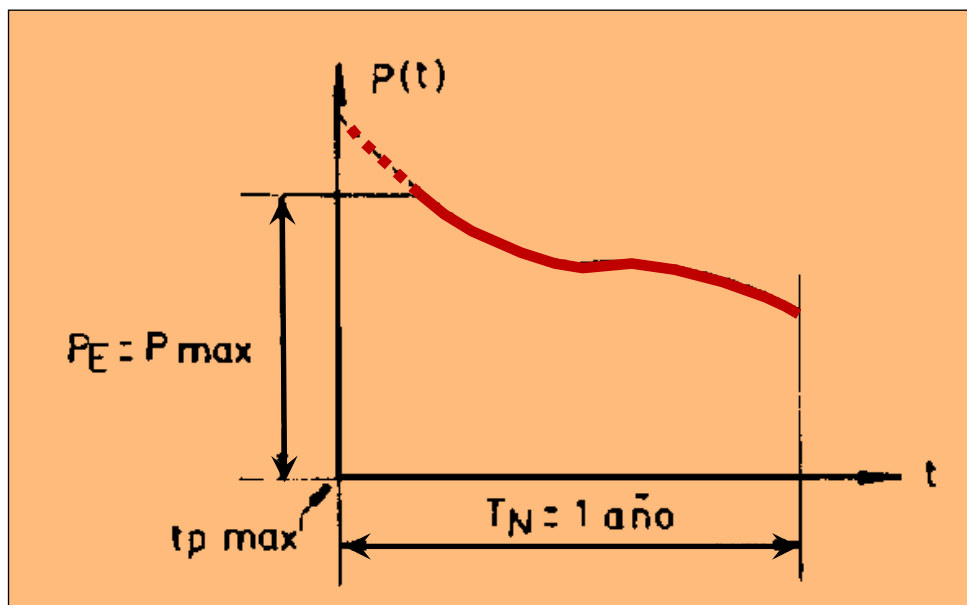
$\left. \begin{matrix} P \\ X_N \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{Varían en el corto plazo (durante el día)} \\ \text{Varían en el largo plazo (crecimiento de la demanda)} \end{matrix}$

9.1.1 Análisis hipotético respecto de parámetros que hacen evolucionar las potencias de CC.

A: RESPECTO GENERACIÓN DE ENERGÍA (POTENCIA)

1) Hipótesis: No se construyen nuevas centrales generación.

- La potencia máxima de generación se tiene como referencia del DODC.



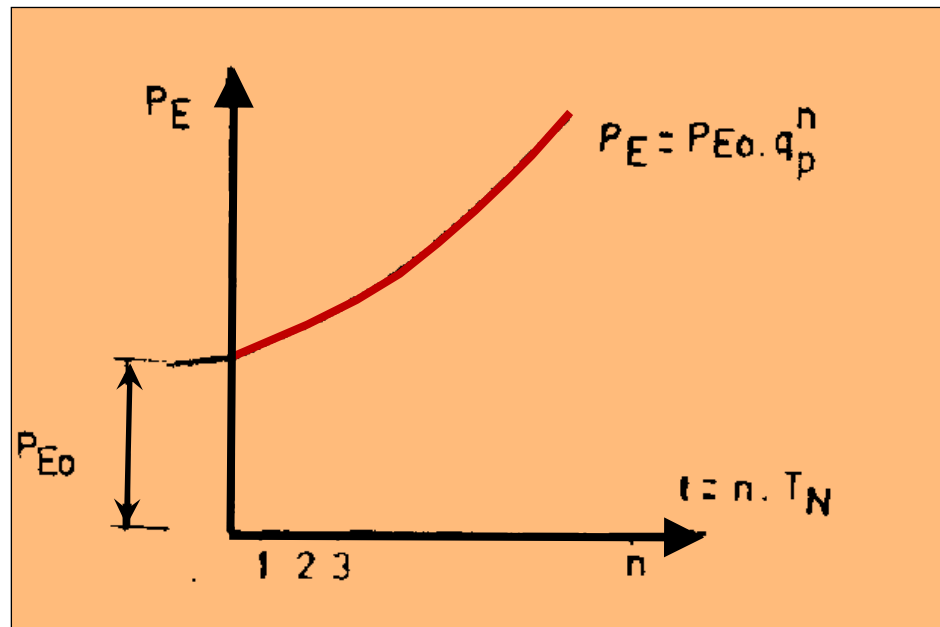
- Debido a que durante un pequeño intervalo de tiempo se tiene $P_{máx.}$ y por lo tanto $S_k máx$ e $I_{kp} máx$, sólo se considera la potencia máxima asociada con este intervalo de tiempo para el cálculo:

$$\Delta tp_{max} = 5 - 50 [\text{horas/año}]$$

La elección del $\Delta tp_{máx}$ depende de aspectos económicos y de confiabilidad.

- Esta hipótesis sirve-determinante para fijar una referencia de corto plazo para determinar la $S_k máx$ e $I_{kp} máx$.

2) Hipótesis: Se produce un crecimiento del parque generación de acuerdo al mismo % de la demanda (en forma exponencial).



- Tasa de crecimiento del parque de generación $q_p = 1 + i_p$

$$i_p = \frac{P_E(t + T_N) - P_E(t)}{P_E(t)}$$

i_p : Incremento anual relativo de la potencia instalada.

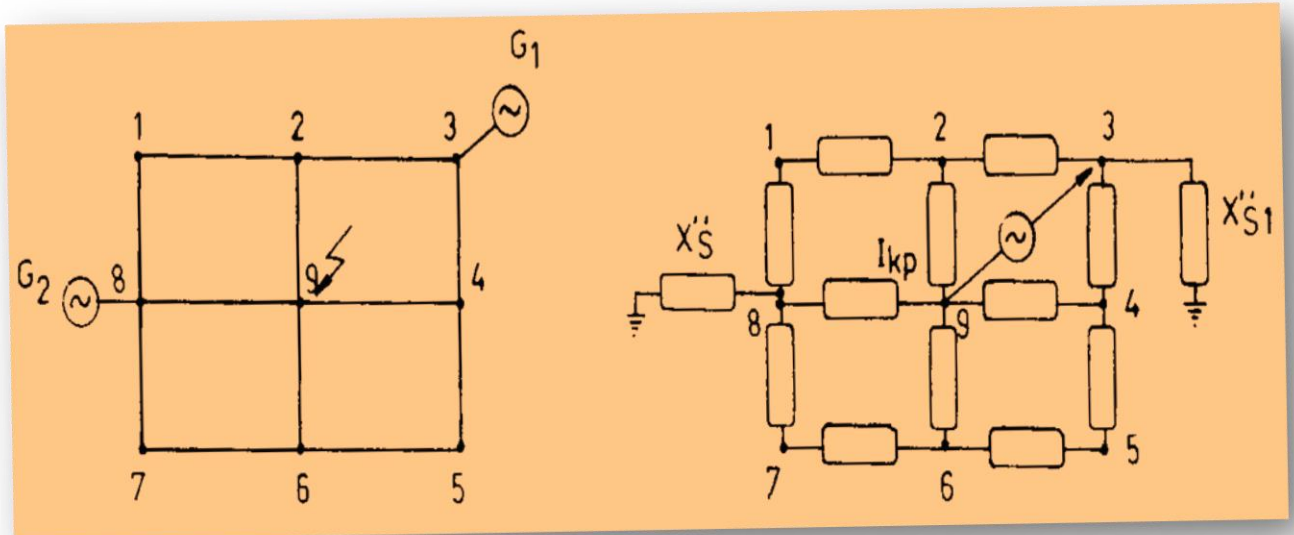
T_N : Un año.

n : Cantidad de años en el futuro.

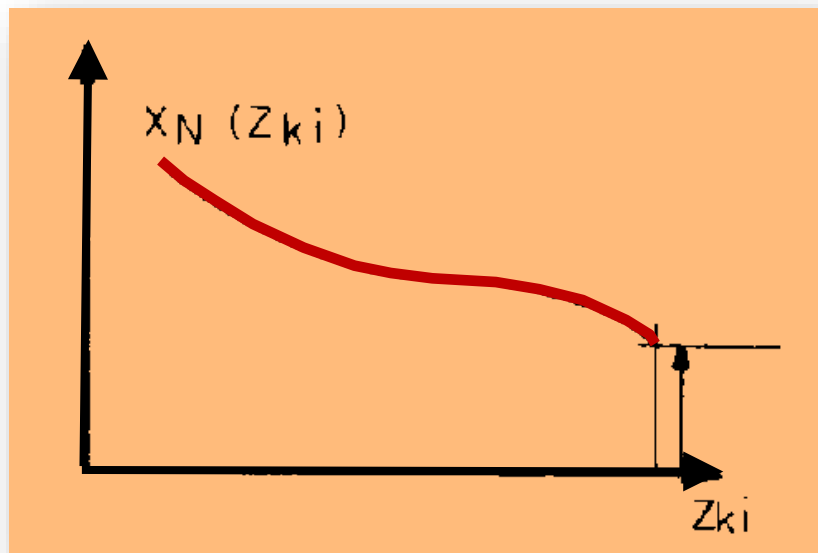
- Esta referencia sirve para conocer la evolución de la S_k máx e I_{kp} máx en el mediano y largo plazo similar al crecimiento de la demanda.

B: RESPECTO DE LA TRANSMISIÓN DE ENERGÍA

1) Hipótesis: No se construyen nuevas líneas, la configuración de la red es fija.



-Para cada punto Z_{ki} se puede obtener $X_N(Z_{ki})$. Se obtiene el punto X_{Nmin} y por lo tanto $S_k máx$.



En la figura se ordenan los Z_{ki} lugares-barras de la red y se ordenan decrecientes de $X_N(Z_{ki})$.

2) Hipótesis: Se produce el crecimiento de la red se incrementa el grado de mallado.

$$v = \frac{\ell}{k - \ell}$$

ℓ : Cantidad de líneas;

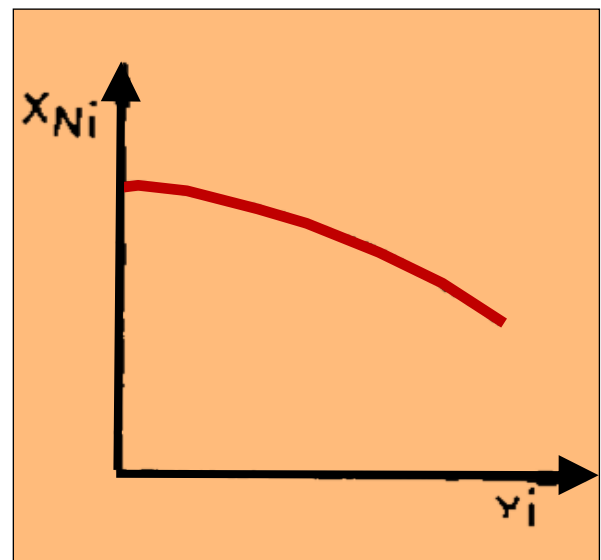
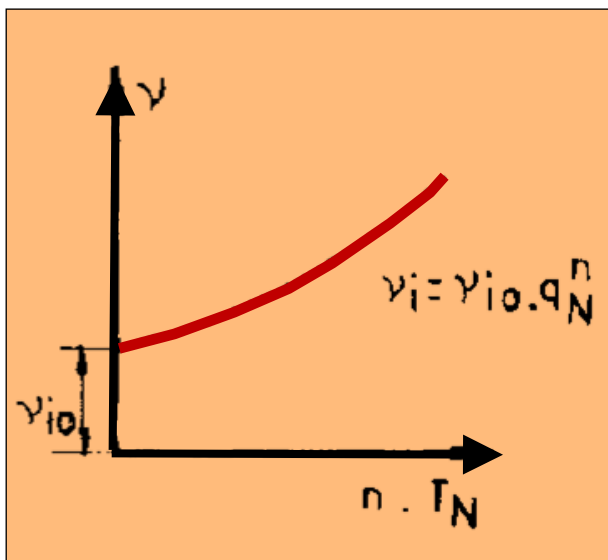
k : Cantidad de nodos.

• Si se acepta:

- Una ley de crecimiento exponencial para el grado de mallado v_i se puede determinar la curva $X_{Ni}(v_i)$.

X_{Ni} : Mínima reactancia equivalente visto del lugar de falla.

- Asociado con curva v_i , se presenta curva evolución $X_{Ni}(v_i)$ cuyo comportamiento es inverso.

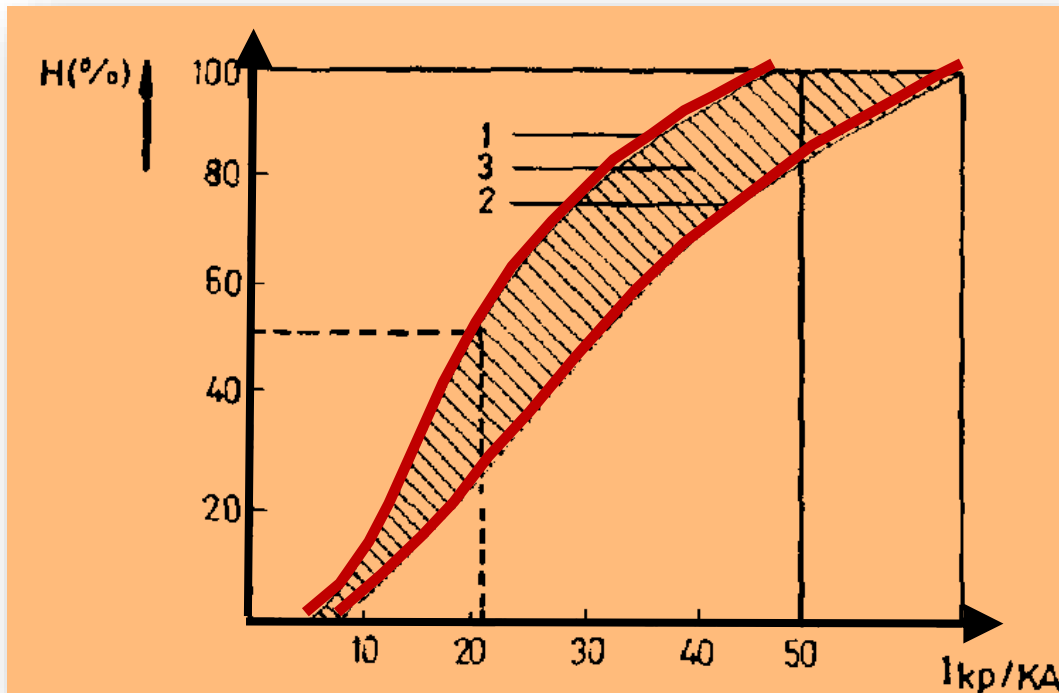


$$I''_{kp} = f \{ P(t, q_p) ; X_N(Z_{ki}, q_N) \}$$

q_N : tasa de crecimiento del grado de mallado

- Si se representa:

- En abscisas corrientes CC crecientes I''_{kp} en distintos Z_{ki} .
- En ordenadas, el **% de interruptores** con potencia de CC menor o igual que el valor indicado en abscisas.
- Se obtiene la **Curva Suma de Frecuencias de la Potencia CC (CSFPCC)**.



- Para un sistema real se tiene:

1. Curva suma de frecuencias de potencia de CC en el año a .
2. Curva de suma de frecuencia de potencia de CC en el año $a+2$ con la hipótesis $q_N = q_P = 1.07$.
3. Conjunto de valores posibles con la hipótesis $q_N = q_P < 1.07$

- Para una red de aproximadamente 20.000 MW (nivel 380 KV) se tienen los siguientes valores ilustrativos de un SSEE:

$$I''_{kp} (100 \%) = 53 \text{ KA} \Rightarrow 35 \text{ GVA}$$

$$I''_{kp} (50 \%) = 23 \text{ KA} \Rightarrow 15 \text{ GVA}$$

C: CRECIMIENTO GENERACION Y TRANSMISIÓN.

- Si tanto la capacidad de generación como el grado de mallado de la red, crecen según una ley de crecimiento exponencial.

$$P_E = P_{EO} q_p^n$$

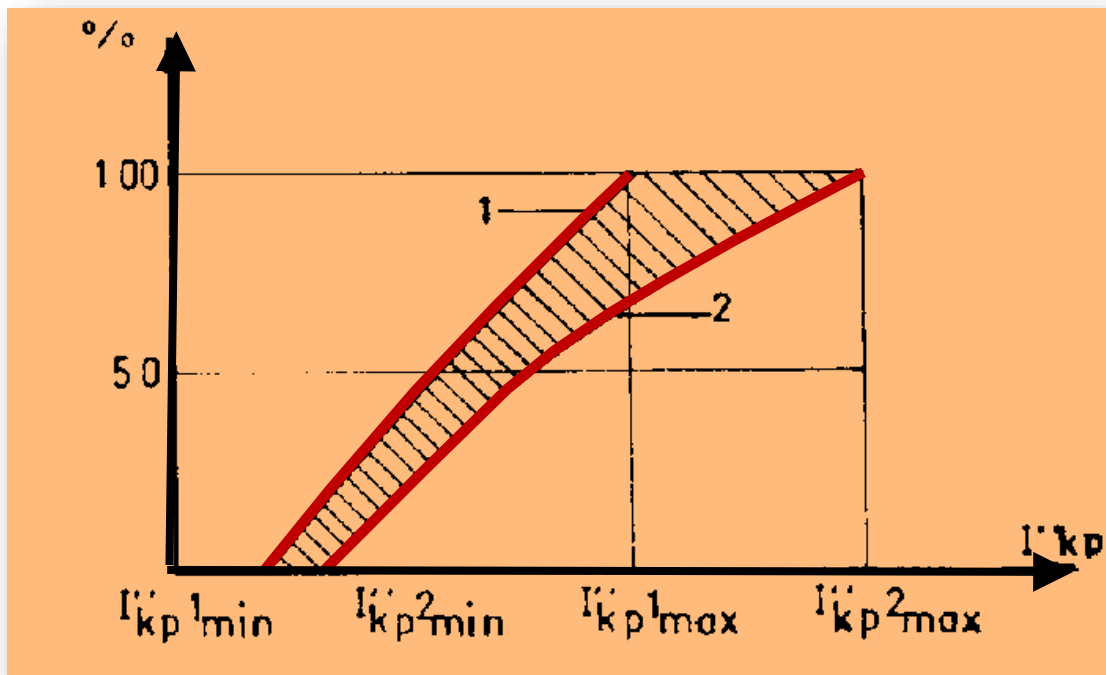
$$v_i = v_{io} q_N^n$$

Bajo la hipótesis $q_p = q_N = q$

- La potencia de CC máxima se incrementa en q en el intervalo $T_2 - T_1 = T_N$.

$$I''_{kp2max} = q^\alpha I''_{kp1max}$$

Con $1 \leq \alpha \leq 2$



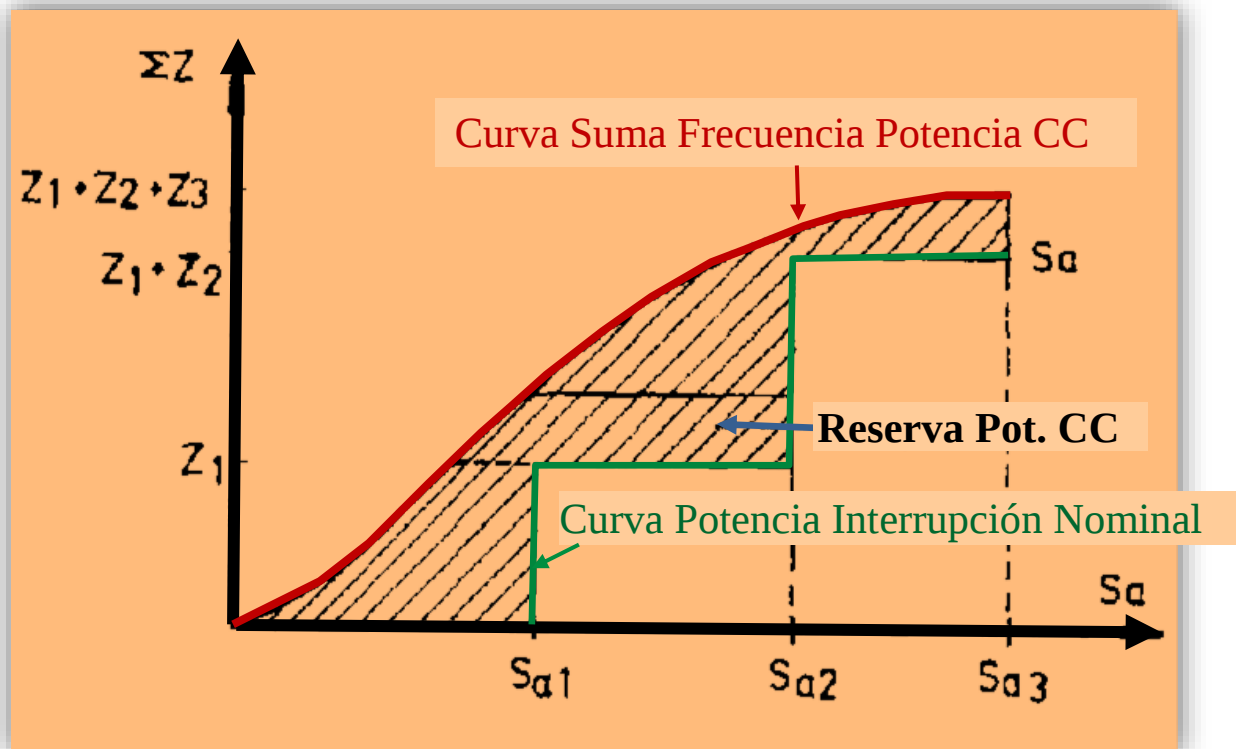
-Las mismas consideraciones son válidas para la corriente I_a .

$$I_a(t + n T_N) = q^n I_a(t)$$

Donde $n T_N \leq l_S$: Vida útil de los interruptores = 20–30 años

-En la práctica los interruptores se construyen para valores de potencia normalizados-escalonados interrupción, se tendrán:

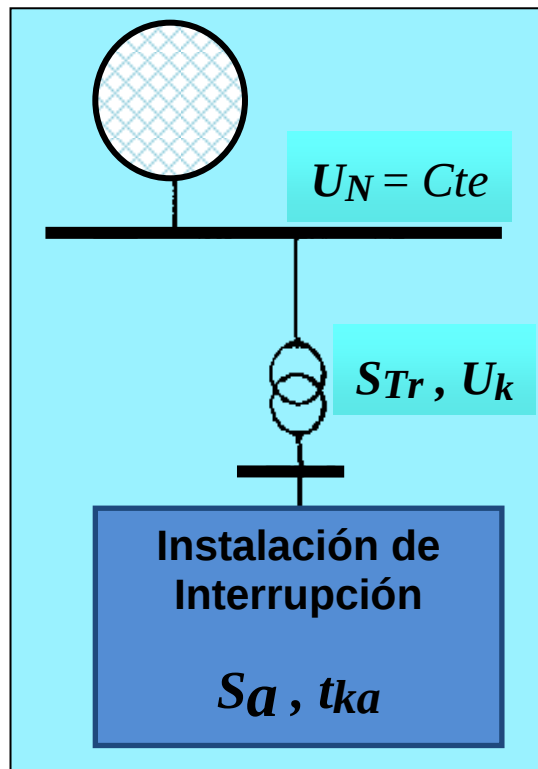
- ✓ Z_1 interruptores con potencia de interrupción S_{a1} .
- ✓ $Z_1 + Z_2$ con potencia S_{a2} .
- ✓ $Z_1 + Z_2 + Z_3$ con potencia S_{a3} , etc.



- Mientras más a la derecha de **CSFPCC** requerida se encuentra la poligonal S_a mayor reserva existirá en relación al crecimiento de la potencia CC.
- Sin embargo, mientras menor es la superficie rayada, menor es la inversión en las instalaciones de interrupción.
- El dimensionamiento sería incorrecto si la poligonal no se encuentra a la derecha de la curva de frecuencia.

9.2 Potencia CC y economía en instalaciones eléctricas.

A) RELACIÓN ENTRE POTENCIA TRAFIO Y POTENCIA CC:



- Se supone CC alimentado por una red de U constante:

$$U_M = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = cte$$

$$I_{kp} = \frac{U_N}{Z_k \sqrt{3}}$$

- En redes tensión rígida $I_a = I_{kp}$, U_M en barra con falla $\frac{U_N}{\sqrt{3}}$

- Con la hipótesis $Z_k = X_k$

$$I_{kp} = \frac{U_M}{X_k} = \frac{U_N}{\sqrt{3} X_k} \quad (1)$$

Se observa que la corriente de CC está limitada por X_k del trafo.

- Teniendo en cuenta la relación entre:
 - La X_k y la tensión de CC, U_k .
 - La potencia del trafo S_{tr} , la tensión de CC en *pu* resulta:

$$u_k = \frac{U_k}{\frac{U_N}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} I_N X_k}{U_N} = \frac{\overbrace{\sqrt{3} I_N U_N}^{S_{tr}} X_k}{U_N^2}$$

$$X_k = u_k \frac{U_N^2}{S_{tr}} \quad ; \text{ reemplazando en (1)}$$

$$I_{kp} = \frac{S_{tr}}{u_k U_N \sqrt{3}}$$

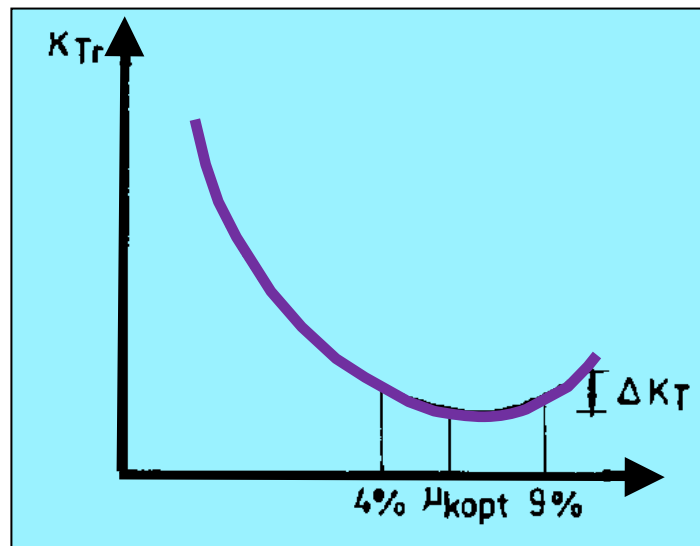
$$\sqrt{3} I_{kp} U_N = \frac{1}{u_k} S_{tr}$$

$$S_{kp} = \frac{1}{u_k} S_{tr}$$

- Se observa que la potencia S_{kp} de CC es proporcional a la potencia transformador S_{tr} e inversamente proporcional a u_k .

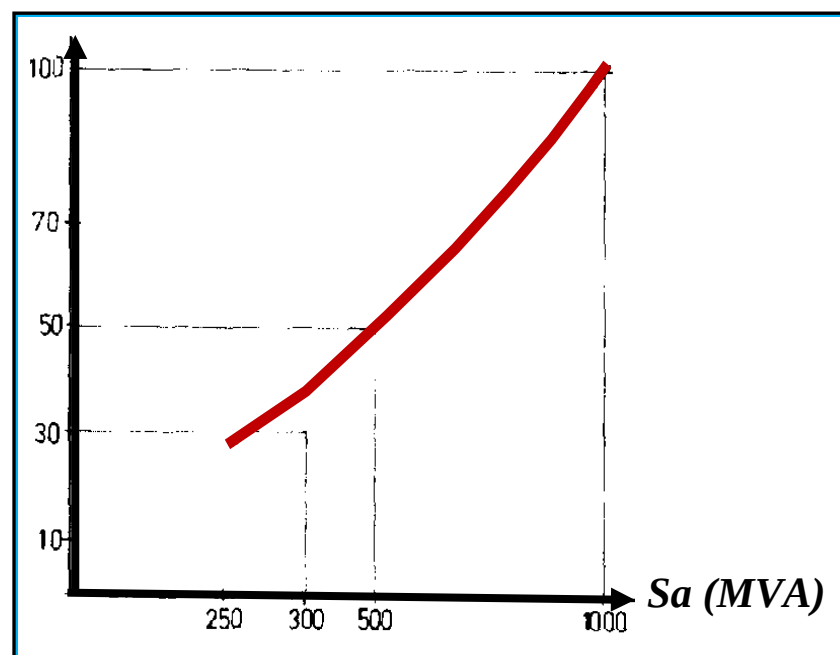
B) ASPECTOS ECONOMICOS:

- Graficando el Costo Transformador K_{tr} en función de la tensión de cortocircuito u_k , se observa que tiene un mínimo plano.



- Si aumenta la potencia del trafa, aumenta el costo K_{tr} y la potencia de CC S_{kp} .
- Los costos de las instalaciones de interrupción son dependientes de la potencia de CC.

Inversión (\$)



C) ASPECTOS TECNICOS Y ECONOMICOS:

- Luego se plantea el siguiente problema técnico económico:

¿Hasta dónde es conveniente una inversión adicional (Δk_{tr}) para incrementar u_k y así disminuir la potencia de cc S_{kp} y por lo tanto los costos de la instalación de interrupción en un valor (Δk_a)?

La inversión adicional tiene sentido siempre que sea:

$$\Delta k_{tr} < \Delta k_a$$

- Por otra parte el incremento de u_k está delimitado por la caída de tensión u que no puede superar ciertos valores admisibles.
- Se tiene entonces el siguiente objetivo:

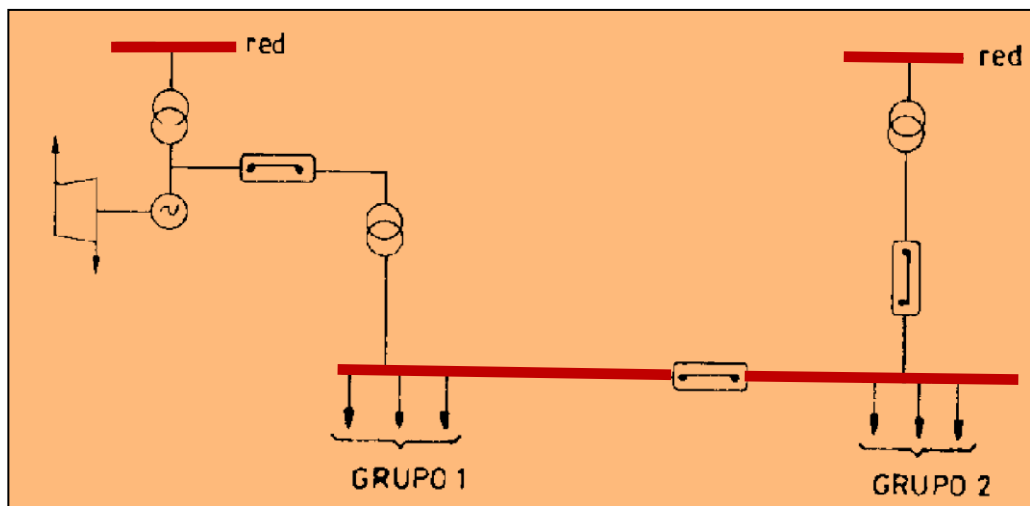
Reducir los costos totales de las instalaciones a través de una delimitación económica de la corriente de cortocircuito.

9.3 Posibilidades para limitar los efectos producidos por las corrientes de CC.

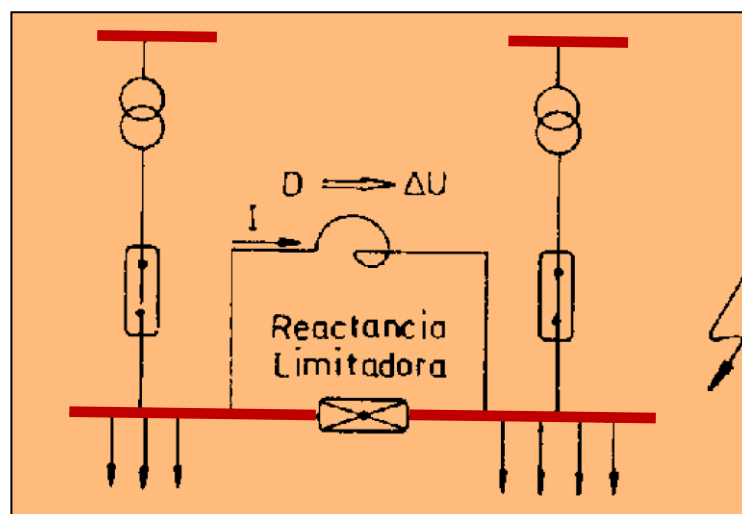
- a) Incrementar la impedancia en el circuito afectado por el cortocircuito (transformador, bobina).
- b) Reducir el tiempo en que actúa la corriente de cortocircuito.

9.3.1 Medidas constructivas.

- a) Operación abierta por grupos.



- b) Interruptor rápido delimitador de corriente

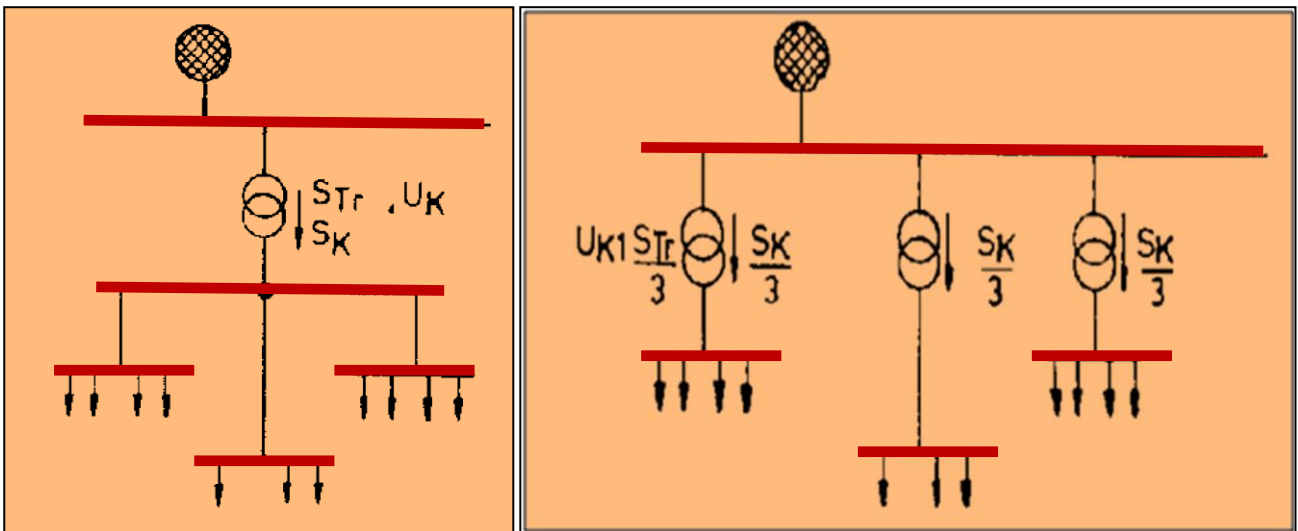


En este caso:

- La fuerza actuadora del interruptor es un explosivo,
- con lo que se consigue la desconexión del cortocircuito antes de producirse el primer máximo de corriente.
- La $t_{ka} = 5 \text{ m seg} = 1/4 \text{ período}$.

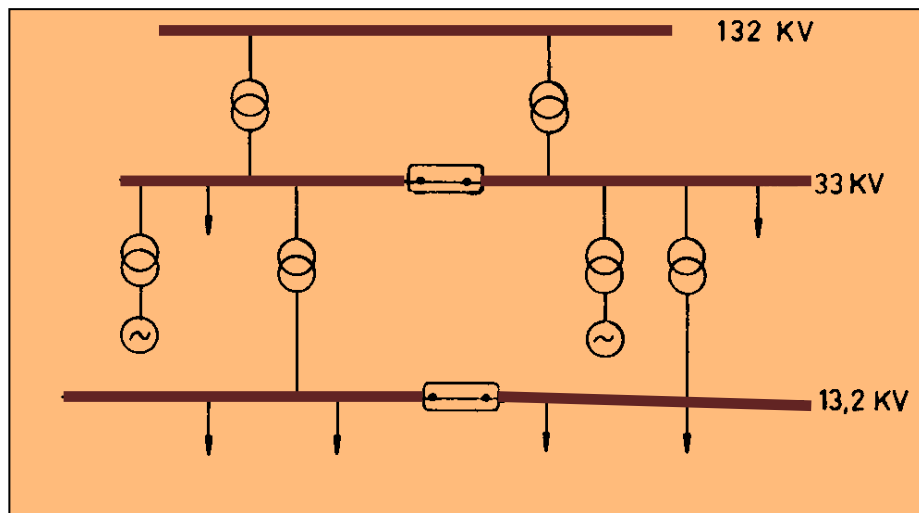
Valores límites para este tipo de interruptores: $I_N = 5 \text{ kA}$; $U_N = 20 \text{ kV}$.

c) Alimentación descentralizada:



	Centralizada	Descentralizada
Ventajas	-Un transformador. -Costo k_{Tr1} .	-Menor potencia de cortocircuito. -Mayor probabilidad de suministro.
Desventajas	-Potencia de cortocircuito grande. -Baja probabilidad de suministro -Instalación "pesada"	-Costos $\sum_{i=1}^n k_{Tr1} > k_{Tr1}$

d) Operación interconectada de grupos independientes de red. Generación Distribuida.

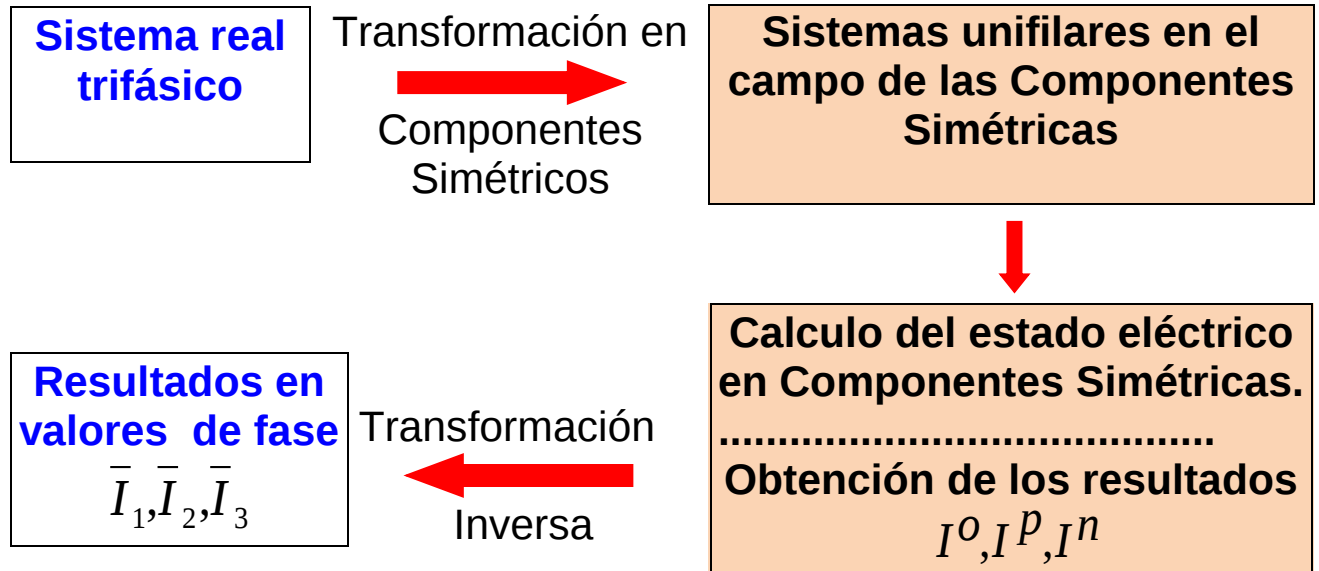


Ventajas - S_k pequeña

- Buena estabilidad de tensión
- Facilidad para ampliaciones

10 CALCULO DE FALLAS ASIMETRICAS

10.1 Fundamentos del cálculo del método de los Componentes Simétricas.

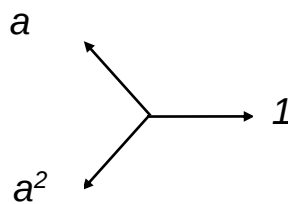


10.1.1 Formulación matemática de componentes simétricas (CS) de una red que cumple las condiciones de simetría cíclica.

- Dado un sistema de tres vectores asimétricos, por ejemplo:

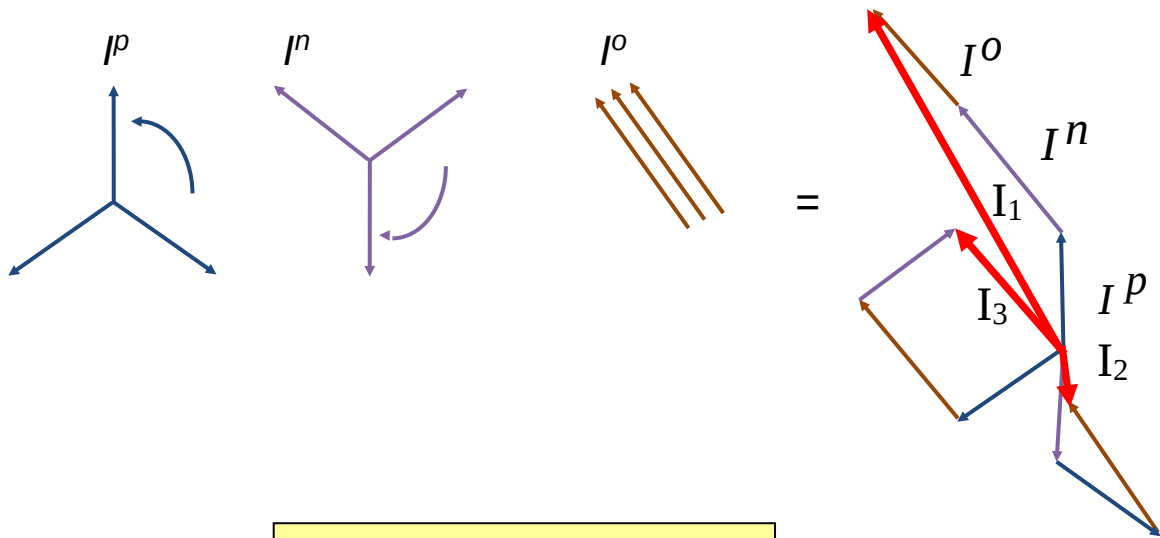
$$\left. \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{matrix} \right\} \text{Corrientes de un sistema trifásico alterno asimétrico}$$

Se define:



$$a = e^{j 120^\circ} \quad ; \quad a^2 = e^{-j 120^\circ} \quad ; \quad a^3 = 1 \quad a + a^2 + a^3 = 0$$

- Se demuestra que $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$ puede ser reemplazado por la superposición de 3 sistemas de secuencia (positivo, negativo y nulo).



$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}^o + \bar{I}^p + \bar{I}^n \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}^o + a^2 \bar{I}^p + a \bar{I}^n \\ \bar{I}_3 &= \bar{I}^o + a \bar{I}^p + a^2 \bar{I}^n\end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned}I^o: \text{cte. de secuencia nula} \quad \bar{I}^o &= \frac{1}{3} (\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) \\ I^p: \text{cte. de secuencia positiva} \quad \bar{I}^p &= \frac{1}{3} (\bar{I}_1 + a \bar{I}_2 + a^2 \bar{I}_3) \\ I^n: \text{cte. de secuencia negativa} \quad \bar{I}^n &= \frac{1}{3} (\bar{I}_1 + a^2 \bar{I}_2 + a \bar{I}_3)\end{aligned}$$

$\bar{I}^o, \bar{I}^p, \bar{I}^n$: Componentes simétricas del sistema trifásico asimétrico.

Análogamente para las tensiones:

$$\begin{aligned}\overline{U}_1 &= \overline{U}^o + \overline{U}^p + \overline{U}^n \\ \overline{U}_2 &= \overline{U}^o + a^2 \overline{U}^p + a \overline{U}^n \\ \overline{U}_3 &= \overline{U}^o + a \overline{U}^p + a^2 \overline{U}^n\end{aligned}$$

Se define:

$$A_{as} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} :$$

Matriz de Asimetrización,

$$A_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

Matriz de Simetrización.

Se puede expresar:

$$\begin{bmatrix} \overline{I}_{as} \end{bmatrix} = \overline{A}_{as} \begin{bmatrix} \overline{I}^s \end{bmatrix} ;$$

$$\begin{bmatrix} \overline{I}_s \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \overline{A}_s \begin{bmatrix} \overline{I}_{as} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{U}_{as} \end{bmatrix} = \overline{A}_{as} \begin{bmatrix} \overline{U}^s \end{bmatrix} ;$$

$$\begin{bmatrix} \overline{U}_s \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \overline{A}_s \begin{bmatrix} \overline{U}_{as} \end{bmatrix}$$

Donde:

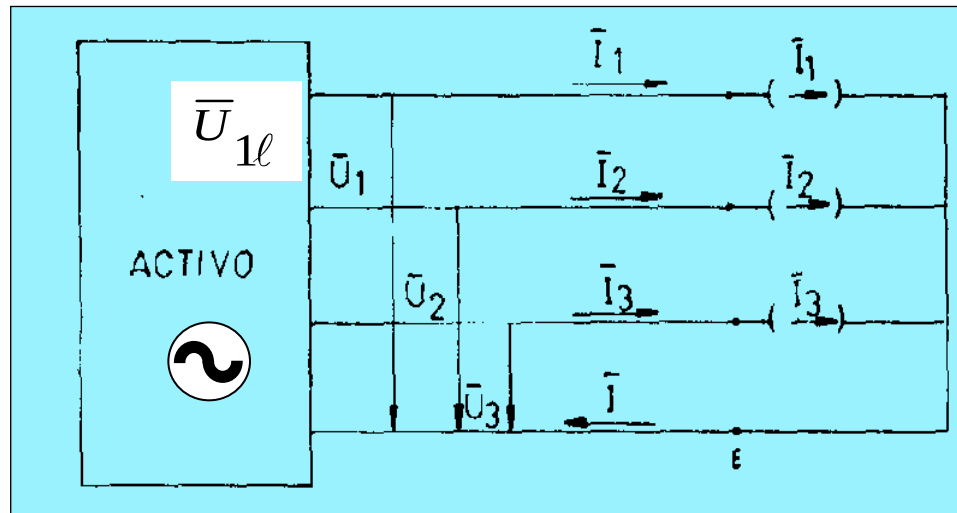
$$\begin{bmatrix} \overline{I}_{as} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{I}_1 \\ \overline{I}_2 \\ \overline{I}_3 \end{bmatrix} ;$$

$$\begin{bmatrix} \overline{I}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{I}^o \\ \overline{I}^p \\ \overline{I}^n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{U}_{as} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \\ \overline{U}_3 \end{bmatrix} ;$$

$$\begin{bmatrix} \overline{U}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{U}^o \\ \overline{U}^p \\ \overline{U}^n \end{bmatrix}$$

10.2 Cuadripolo activo lineal alterno trifásico



- Ecuaciones de estado eléctrico:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_{1l} - \left(\bar{Z}_{11} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \bar{I}_2 + \bar{Z}_{13} \bar{I}_3 \right)$$

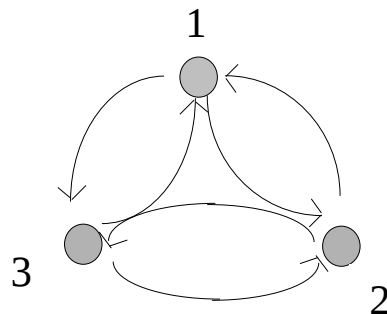
$$\bar{U}_2 = \bar{U}_{2l} - \left(\bar{Z}_{21} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \bar{I}_2 + \bar{Z}_{23} \bar{I}_3 \right)$$

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_{3l} - \left(\bar{Z}_{31} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{32} \bar{I}_2 + \bar{Z}_{33} \bar{I}_3 \right)$$

- Si se satisface las condición de:

Simetría Cíclica $\Leftrightarrow$ Simetría Constructiva

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{11} &= \bar{Z}_{22} = \bar{Z}_{33} = \bar{Z} \\ \bar{Z}_{12} &= \bar{Z}_{23} = \bar{Z}_{31} = \bar{Z}_R \\ \bar{Z}_{21} &= \bar{Z}_{13} = \bar{Z}_{32} = \bar{Z}_L \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\bar{U}_1 = \bar{U}_{1\ell} & - \left(\bar{Z} \bar{I}_1 + \bar{Z}_R \bar{I}_2 + \bar{Z}_L \bar{I}_3 \right) \\ \bar{U}_2 = \bar{U}_{2\ell} & - \left(\bar{Z}_L \bar{I}_1 + \bar{Z} \bar{I}_2 + \bar{Z}_R \bar{I}_3 \right) \\ \bar{U}_3 = \bar{U}_{3\ell} & - \left(\bar{Z}_R \bar{I}_1 + \bar{Z}_L \bar{I}_2 + \bar{Z} \bar{I}_3 \right)\end{aligned}$$

• Si se reemplazan tensiones y corrientes por sus CS y se introduce:

$$\begin{aligned}\bar{Z}^0 &= \bar{Z} + \bar{Z}_R + \bar{Z}_L \\ \bar{Z}^P &= \bar{Z} + a^2 \bar{Z}_R + a \bar{Z}_L \\ \bar{Z}^n &= \bar{Z} + a \bar{Z}_R + a^2 \bar{Z}_L\end{aligned}$$

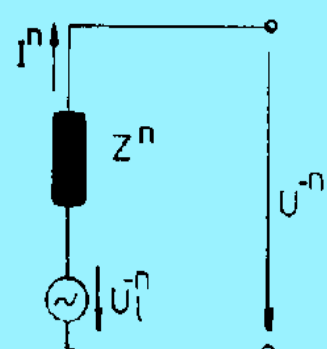
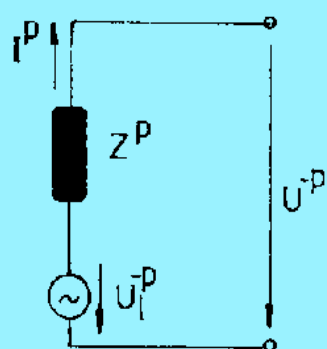
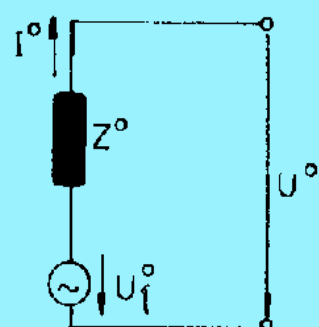
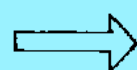
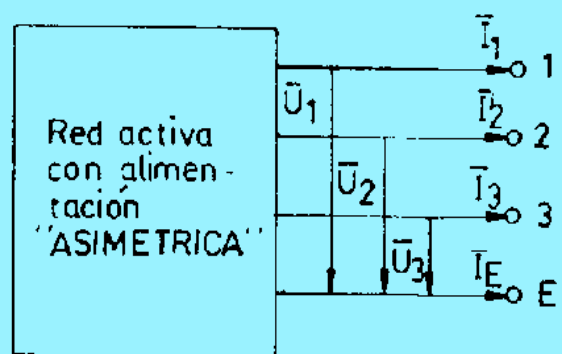
Si se opera con estas ecuaciones se llega:

$$\begin{aligned}\bar{U}^0 &= \bar{U}_{\ell}^0 - \bar{Z}^0 \bar{I}^0 \\ \bar{U}^P &= \bar{U}_{\ell}^P - \bar{Z}^P \bar{I}^P \\ \bar{U}^n &= \bar{U}_{\ell}^n - \bar{Z}^n \bar{I}^n\end{aligned}$$

Conclusiones:

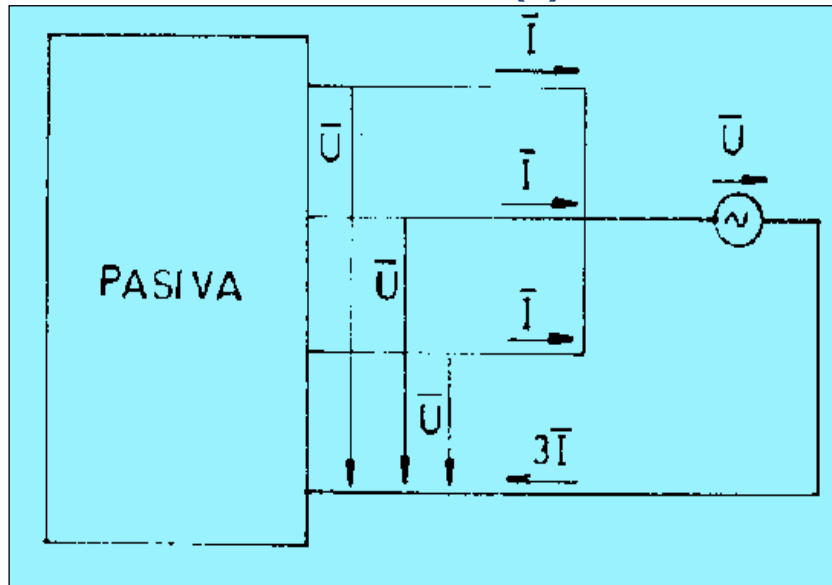
Si se cumplen las condiciones de simetría cíclica:

- El método CS conduce a ecs. que vinculan únicamente tensiones y corrientes de la misma secuencia.**
- Al presentarse una falla y por lo tanto desaparecer las condiciones de simetría cíclica, los circuitos de distinta secuencia deben vincularse. La forma de vinculación se deduce a partir de las características de la falla (Condiciones o tipo de Asimetría).**

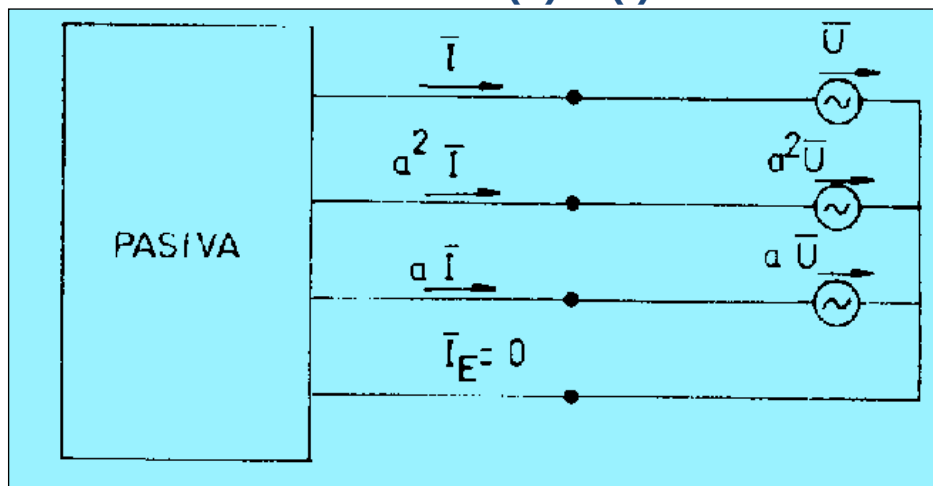


10.3 Procedimientos para determinar las impedancias de secuencia.

Secuencia (0)



Secuencia (+) o (-)



- Valores de impedancia de secuencia se determinan por cálculo.
- La medición en la práctica es dificultosa dado que no se puede fácilmente hacer pasiva la red.

10.4 Impedancias de secuencia de componentes de SSEE.

10.4.1 Máquina sincrónica (Cuadripolo activo).

• Impedancia de secuencia cero:

- Si un sistema de secuencia cero se aplica al estator:
 - No existe *fmm* rotativa, sino solamente un campo estacionario pulsatorio en cada fase, los cuales se anulan entre si instantáneamente.
 - O sea que tres arrollamientos desfasados 120° y alimentados por tensiones de igual fase temporal implica que:

$$\phi \approx 0 \quad \Rightarrow \quad X^0 \approx 0$$

Donde ϕ : Flujo magnético en el entrehierro

- La inductancia propia es pequeña y no es afectada por el movimiento rotórico.
- Existe un pequeño campo pulsatorio resultante de imperfección constructiva, al que se le oponen las corrientes inducidas en los circuitos rotóricos.
- De esta forma L_0 es muy pequeña, generalmente menor que L''_d (correspondiente al régimen sutransitorio).

$$X^0 = \frac{1}{6} \text{ a } \frac{3}{4} \text{ de } X''_s$$

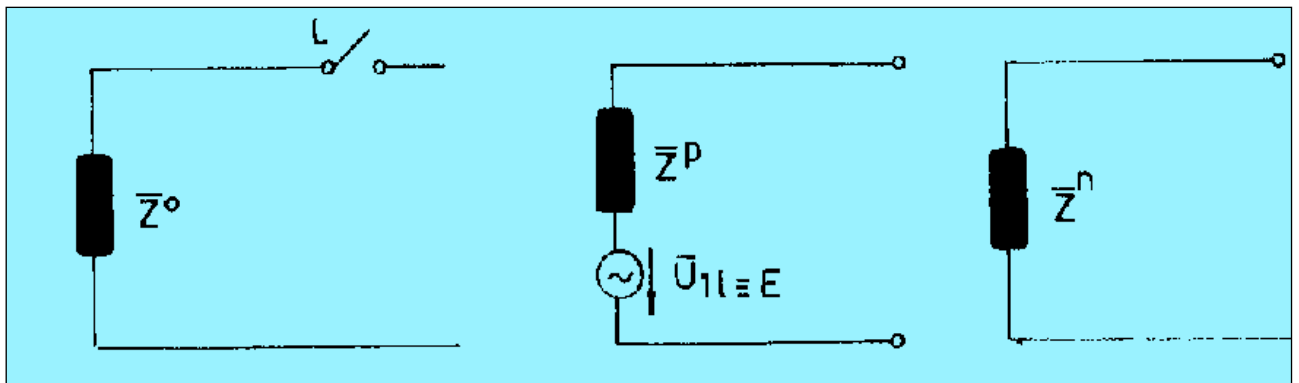
- **Impedancia de secuencia negativa:**

- Al aplicar en los arrollamientos estatóricos un sistema de secuencia negativa el campo rotante del estator gira respecto del rotor con velocidad igual al doble de la sincrónica.
- Para máquinas de rotor liso, los arrollamientos de excitación y amortiguamiento se comportan como secundarios en cortocircuito de un transformador a frecuencia $2f$.
- Para la máquina de polos salientes, los arrollamientos de excitación y de amortiguamiento representa un campo alterno de frecuencia $2f$. La fmm rotativa encuentra alternativamente los ejes directos y en cuadratura.

$$X^P = X_s'' \quad \text{Para máquinas de rotor cilíndrico}$$

$$X^P = \frac{1}{2}(X_q'' + X_s'') \quad \text{Para máquinas de rotor de polos salientes.}$$

$$X^n \approx 1.2 X_s''$$



L : Abierto en el caso de que la máquina sincrónica tenga centro de estrella no conectado (a tierra o a conductor neutro).

10.4.2 Motores de inducción

- Aspectos del funcionamiento

- La diferencia, entre una máquina de inducción y una sincrónica relativa a sus respuestas ante fallas, esta dado por el método de excitación de cada una de ellas:

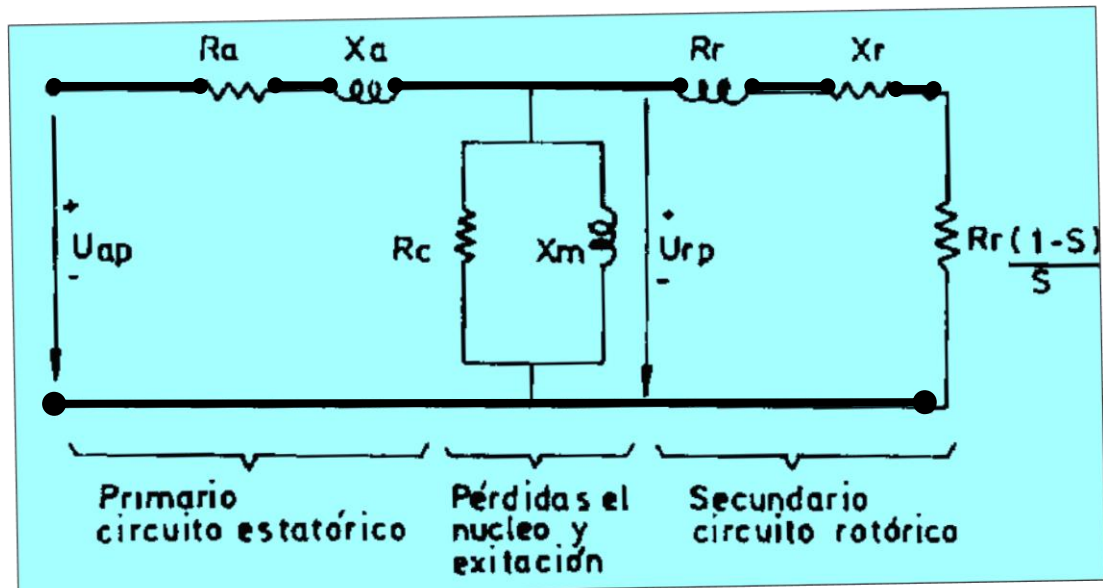
- La máquina sincrónica:

- Obtiene su excitación de una fuente de corriente continua, la cual virtualmente no es afectada por la falla.
- De esta forma luego de producirse la falla la máquina continua excitada en sus niveles de prefalla o sea forzando elevados valores de corrientes.

- El motor de inducción:

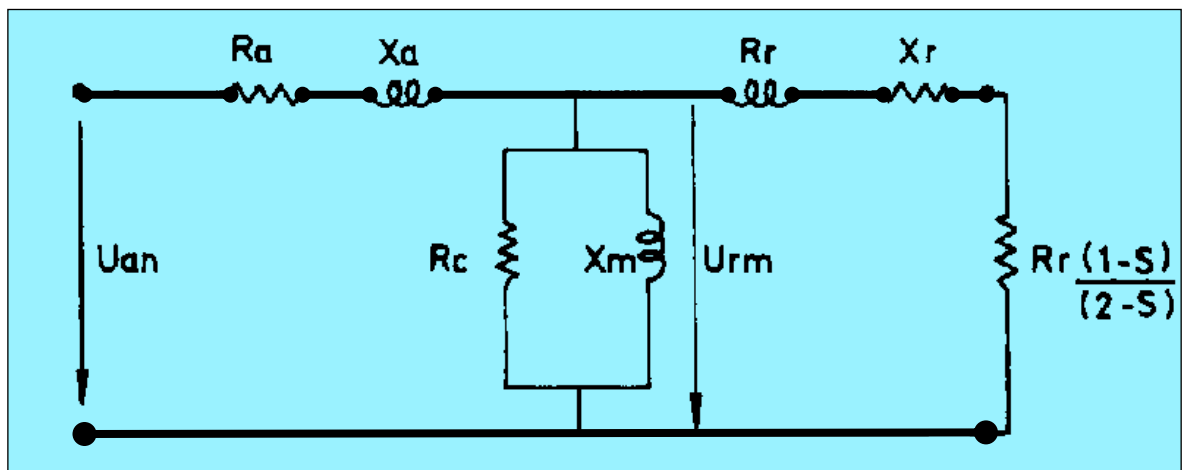
- Recibe su excitación de la línea.
- Si la U cae, por la falla, la excitación del motor se reduce, y por tanto su capacidad de seguir abasteciendo la carga en su eje.
- Si un CC trifásico ocurre en los bornes, la excitación es totalmente anulada, pero dada la necesidad de mantener el flujo concatenado constante, la excitación residual fuerza la corriente durante 1 o 2 ciclos (Subtransitorio).
- Luego durante este período estos aportes no deben despreciarse.

- Circuito equivalente de secuencia positiva



a: estática; r: rotórica; s: deslizamiento (pu)

- Circuito equivalente de secuencia negativa



- El deslizamiento del rotor con respecto a la secuencia negativa es $(2 - S)$ pu cuando el rotor gira en el sentido positivo.
- Si $(S_2 = 2 - S)$ se define como el deslizamiento de secuencia negativa, luego el circuito equivalente de secuencia negativa difiere del positivo reemplazando en este último S por S_2 .

- **Circuito equivalente de secuencia cero.**

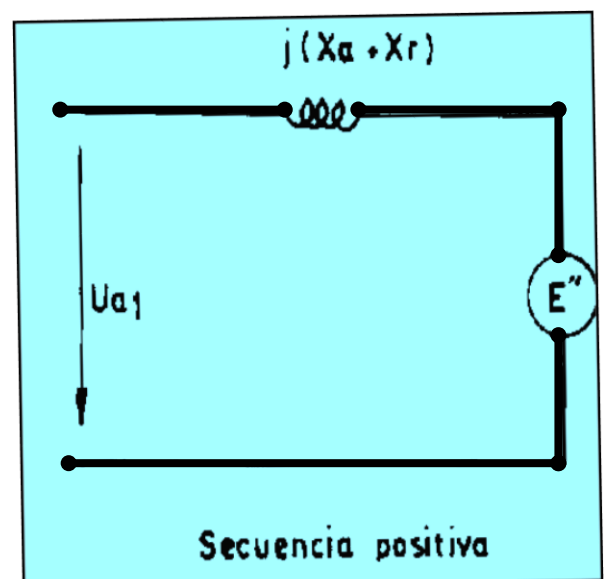
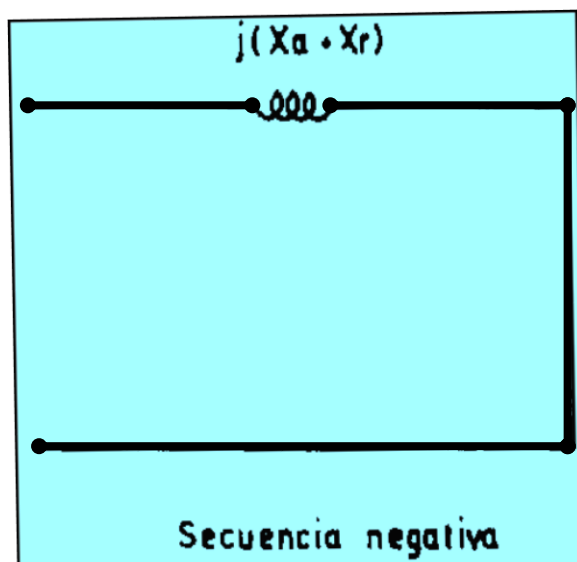
- Los motores inducción están conectados triángulo o estrella con centro aislado, luego la reactancia de sec. (0) tiende a infinito.
- Constante tiempo $Tr = (Xa + Xr) / \omega Rr$, bajo la hipótesis de que $Ra \ll Rr$.

Valores típicos $Tr = 0,010$ segundos, menor que un ciclo, $0,020$.

- En AT las protecciones interrumpen la falla después de 2 - 4 ciclos, este tipo de componente no interesa considerarlos.

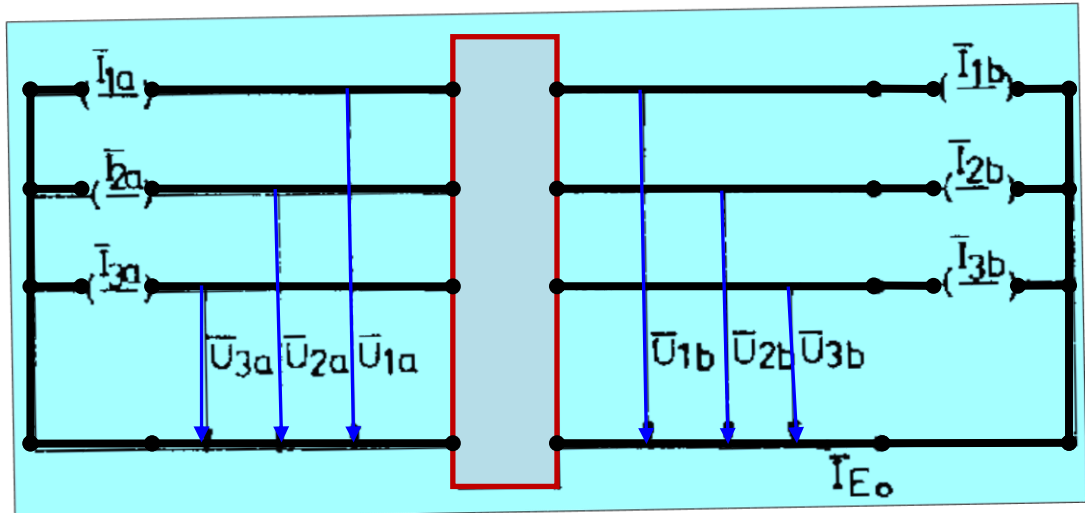
En MT y BT se utilizan los interruptores de aire (1 ciclo), o se utilizan fusibles (antes del primer pico de la de falla).

- Finalmente y considerando que $Rr \ll Xa + Xr$ se utilizan los siguientes circuitos equivalentes para redes MT y BT.



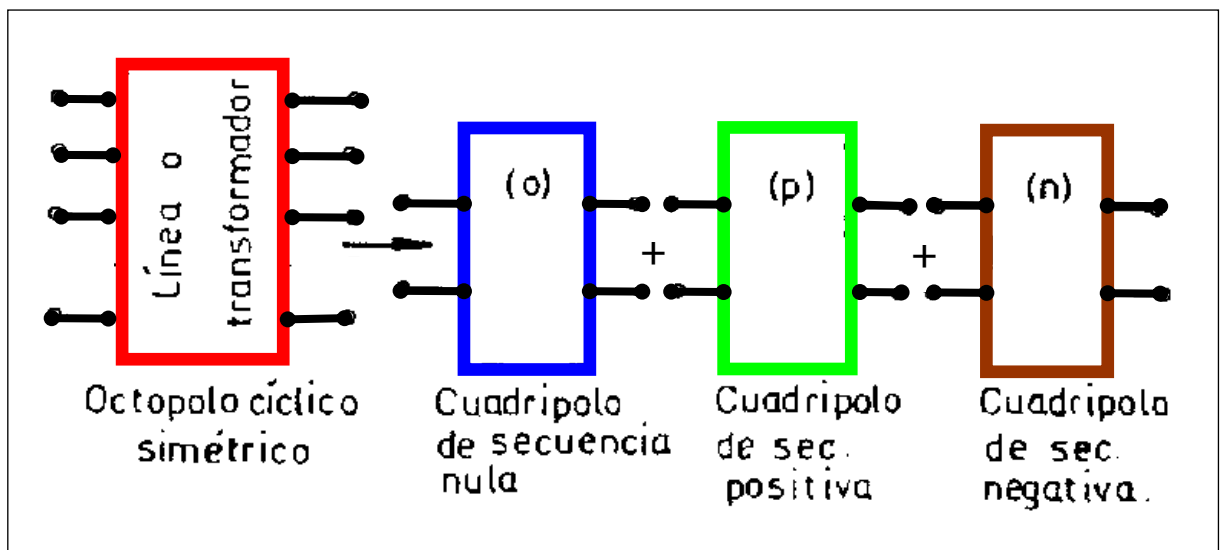
10.4.3 Líneas y transformadores.

- Pueden ser representados por un octopolo cíclico simétrico cuyas corrientes son provocadas por fuentes de corriente.



- Ecuaciones del estado eléctrico del Octopolo Cíclico Simétrico.

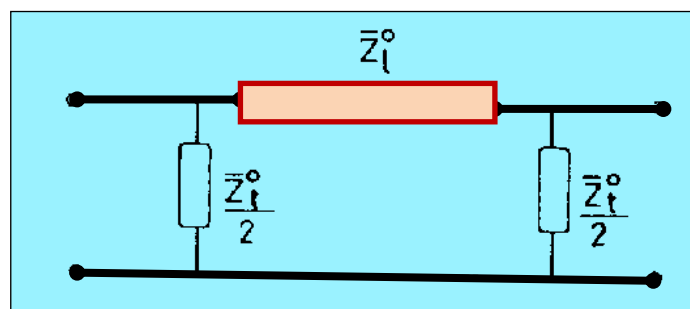
$$\begin{aligned}\bar{U}_a^0 &= \bar{Z}_{aa}^0 \bar{I}_a^0 - \bar{Z}_{ab}^0 \bar{I}_b^0; & \bar{U}_b^0 &= \bar{Z}_{ba}^0 \bar{I}_a^0 - \bar{Z}_{bb}^0 \bar{I}_b^0 \\ \bar{U}_a^p &= \bar{Z}_{aa}^p \bar{I}_a^p - \bar{Z}_{ab}^p \bar{I}_b^p; & \bar{U}_b^p &= \bar{Z}_{ba}^p \bar{I}_a^p - \bar{Z}_{bb}^p \bar{I}_b^p \\ \bar{U}_a^n &= \bar{Z}_{aa}^n \bar{I}_a^n - \bar{Z}_{ab}^n \bar{I}_b^n; & \bar{U}_b^n &= \bar{Z}_{ba}^n \bar{I}_a^n - \bar{Z}_{bb}^n \bar{I}_b^n\end{aligned}$$



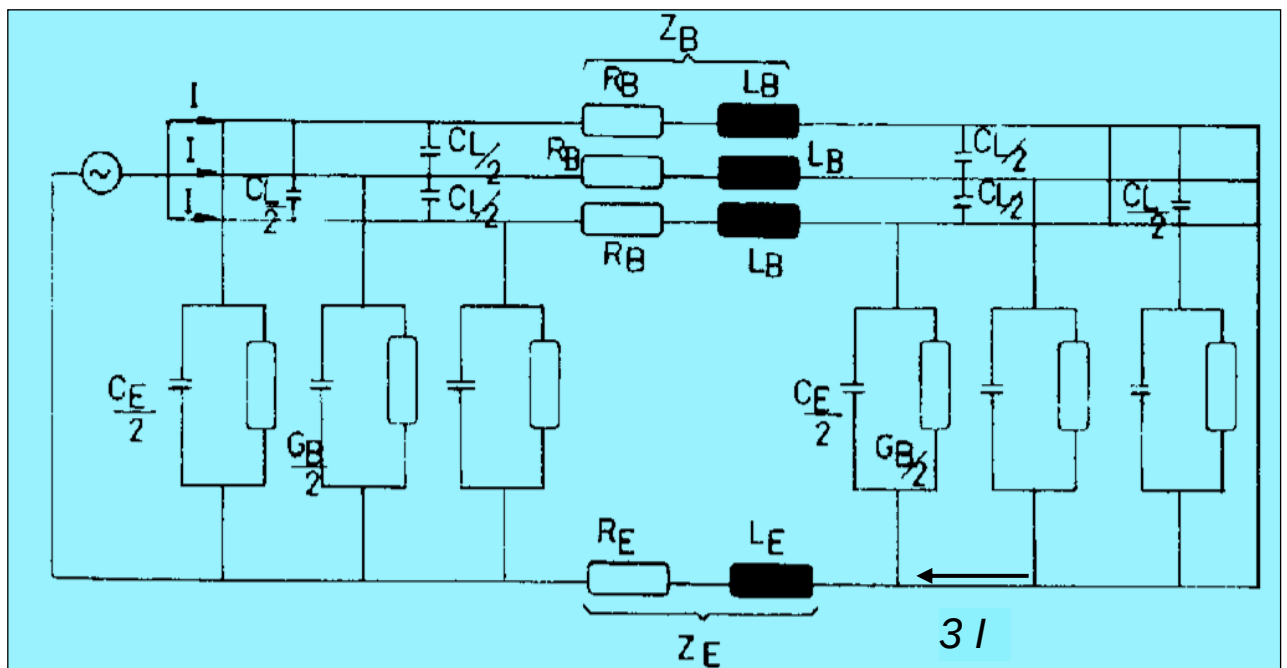
A) Circuitos equivalentes de líneas.

- Líneas y transformadores son componentes estáticos por tanto sus circuitos equivalentes Sec. (+) y de Sec. (-) son idénticos.
- Dichos circuitos equivalentes son del tipo π ó T y sus constantes pueden ser determinadas simulando mediciones en vacío y en cortocircuito.

• Circuito equivalente π de secuencia (0) de la línea.



- Si se representa esquemáticamente la línea se tiene en el caso de ensayo en CC con alimentación de secuencia nula.



- Las capacidades entre líneas se encuentran cortocircuitadas; además siendo C_E y G_B muy pequeñas, en este caso resulta:

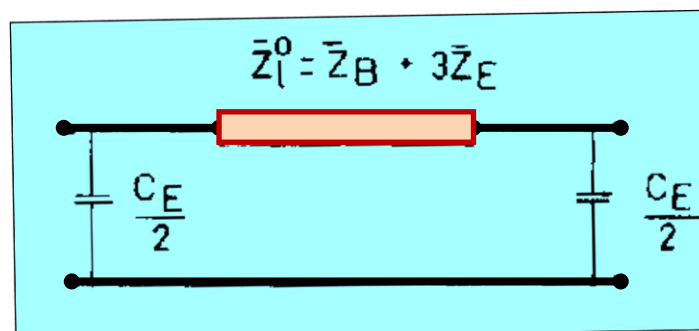
$$\frac{\bar{U}}{\bar{I}} \approx \bar{Z}_i^o = \bar{Z}_B + 3 \bar{Z}_E$$

Donde $\bar{Z}_E$ es la impedancia de retorno por tierra.

- En el ensayo en vacío está en serie $(R_B + j\omega L_B)$ y las impedancias correspondientes a las capacidades y conductancias respecto de tierra, por ser Z_B mucho menor que $\left(\frac{G_B}{2} + j\omega \frac{C_E}{2}\right)^{-1}$ se pueden despreciar las impedancias longitudinales con lo que (considerando además $G_B \ll \omega C_E$)

$$\frac{U}{I} = (j\omega C_E)^{-1} \text{ luego } Z_t^o = (j\omega C_E)^{-1}$$

- El circuito equivalente π de secuencia nula:



- En caso de estar conectado a tierra el centro de estrella del sistema a través de Z_D , entonces $\frac{1}{Z_t^o} = j\omega C_E + \frac{1}{3Z_D}$.

Esta impedancia Z_D suele ser incluida en la impedancia de secuencia nula del transformador.

- Las expresiones que dan Z_l° y Z_t° se calculan comparando las impedancias que resultan del circuito real bajo iguales condiciones de ensayo.
- Valores indicativos para líneas de 10 kV hasta 380 kV son detallados en la tabla siguiente:

Línea	$Z_i^p, Z_i^n \left(\frac{\Omega}{km} \right)$	$Z_i^\circ \left(\frac{\Omega}{km} \right)$	$\left(\frac{Z_i^\circ}{Z_i^p} \right)$
Línea simple sin conductor de tierra (cable de guardia)	0,4 - 0,5	1,2 - 1,8	3,6
Línea doble sin conductor de tierra	0,4 - 0,5	2,1 - 2,4	5
Línea simple con conductor de tierra	0,4 - 0,6	0,8 - 1,2	2
Línea doble con conductor de tierra	0,4 - 0,6	1,3 - 1,9	3,2

- Para las capacidades se tienen los siguientes valores indicativos:

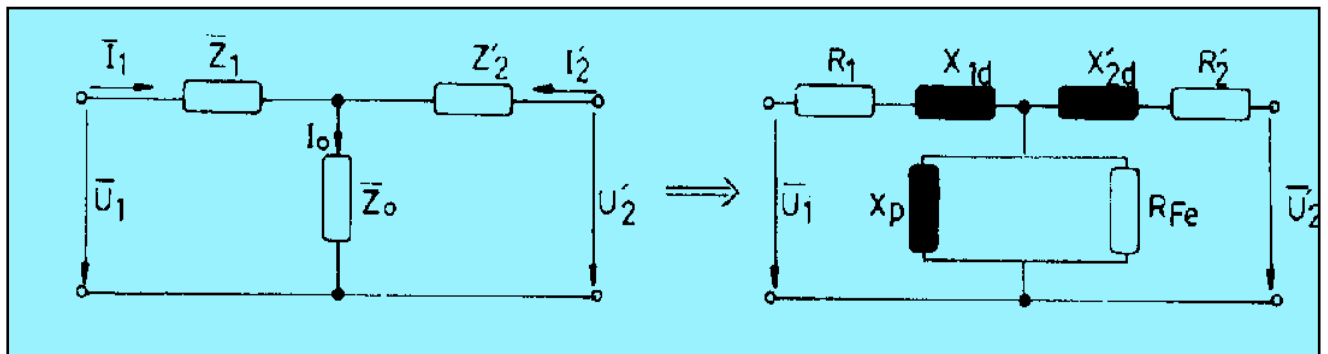
	10 - 132 KV Líneas de un solo conductor	220 KV Haz de dos conductores	380 KV Haz de cuatro conductores
$C_L \left(\frac{nF}{km} \right)$	8 - 9	12	12
$C_E \left(\frac{nF}{km} \right)$	4 - 6	6	6

$$C_B = C_E + 3 C_L: \text{Capacidad de Operación.}$$

10.5 Circuitos equivalentes en CS de transformadores.

10.5.1 Circuitos de secuencia positiva y negativa.

- Para trafos de 2 arrollamientos el circuito equivalente T.

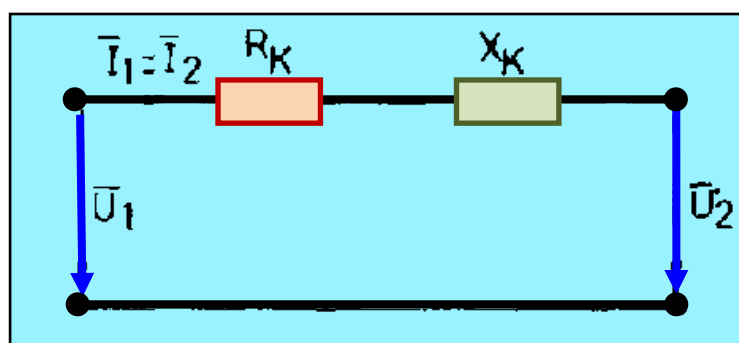


$\overline{I}^o$: Corriente de vacío del transformador

$\overline{Z}_1, \overline{Z}_2'$: Impedancias (resistencia efectiva y reactancias de dispersión de primario y secundario).

Z^o : Impedancia principal del transformador

- Dado que $|\overline{I}_O| = 3 \text{ a } 6 \% \text{ de } I_N$, luego Z^o se puede despreciar:



$$\left. \begin{aligned} R_k &= R_1 + R_2' \\ X_k &= X_{1d} + X_{2d}' \end{aligned} \right\} \overline{Z}_k = R_k + j X_k$$

- La tensión de cortocircuito es:

$$\overline{U}_k = \overline{I}_{1N} \overline{Z}_k$$

$$\overline{u}_k [pu] = u_r + j u_x = \frac{\overline{U}_k}{U_{1N}/\sqrt{3}}$$

- Valores indicativos para distintos tipos de transformadores.

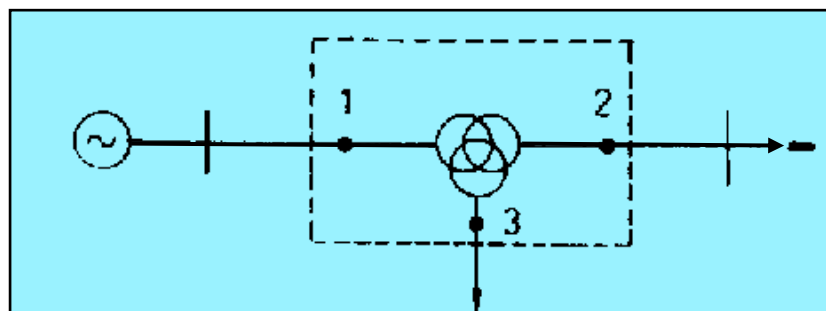
-Redes distribución local pequeños trafos. ($S_N = 0,1-1,6$ MVA)

$$|\overline{u}_k| = 3.5 - 6 \% \quad |\overline{u}_r| = 2.3 - 1 \%$$

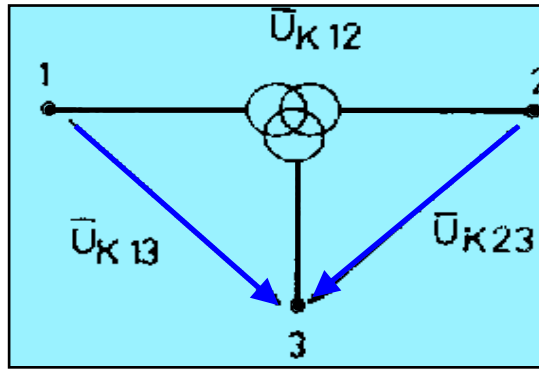
-Redes sub o transmisión ($S_N = 16-1000$ MVA)

$$|\overline{u}_k| = 7 - 16 \% \quad |\overline{u}_r| = 1 - 0.2 \%$$

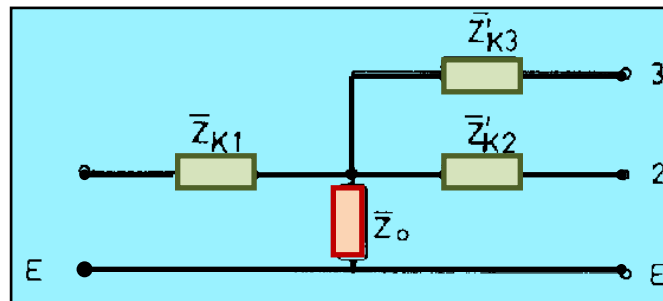
- **Para transformadores de tres arrollamientos:**



- De ensayos de cortocircuito se conocen $\overline{U}_{k12}, \overline{U}_{k23}, \overline{U}_{k13}$:



- Un circuito equivalente conveniente desde el punto de vista de su utilización es el siguiente:



- Las tensiones de cc medidas permiten calcular las impedancias.

$$\bar{Z}_{kij} = \frac{u_{kij}}{100} \frac{U_{iN}^2}{S_N} ; \bar{Z}_{k12}, \bar{Z}_{k13}, \bar{Z}_{k23}$$

Que a su vez satisfacen las siguientes relaciones

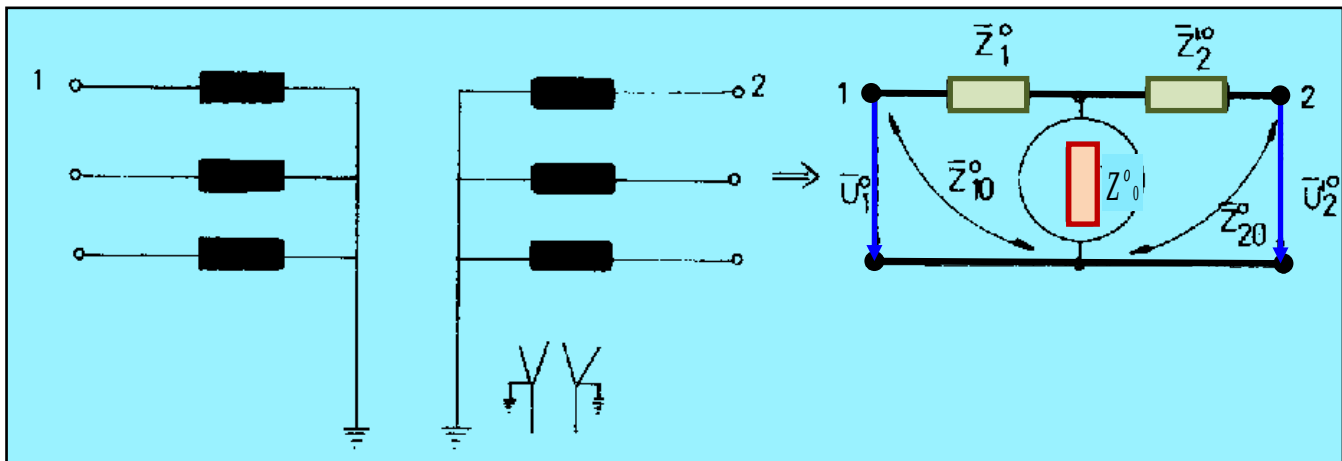
$$\left. \begin{aligned} \bar{Z}_{k12} &= \bar{Z}_{k1} + \bar{Z}'_{k2} \\ \bar{Z}_{k13} &= \bar{Z}_{k1} + \bar{Z}'_{k3} \\ \bar{Z}_{k23} &= \bar{Z}_{k2} + \bar{Z}'_{k3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \bar{Z}_{k1} &= \frac{1}{2} \left(\bar{Z}_{k12} + \bar{Z}_{k13} - \bar{Z}_{k23} \right) \\ \bar{Z}'_{k2} &= \frac{1}{2} \left(\bar{Z}_{k12} + \bar{Z}'_{k23} - \bar{Z}_{k13} \right) \\ \bar{Z}'_{k3} &= \frac{1}{2} \left(\bar{Z}'_{k23} + \bar{Z}_{k13} - \bar{Z}_{k12} \right) \end{aligned}$$

10.5.2 Circuito de secuencia nula.

- En el circuito sec (0) del transformador tiene importancia fundamental:
 - Grupo de conexión.
 - Tratamiento que se da al centro de estrella.
- En general no está asegurada una simetría en el circuito equivalente en relación con el primario y el secundario.
- Las características del núcleo magnético del transformador, tienen influencia sobre el circuito equivalente.

A) Circuitos equivalentes de Sec. (0) de transformadores de dos arrollamientos.

- Conexión $Y_T Y_T$ ambos con puesta a tierra:



$$\bar{Z}_1^0 \approx \bar{Z}_2^0 \approx \frac{1}{2} \bar{Z}_k$$

El valor de $\bar{Z}_0^0$ depende de las características del núcleo de hierro.

A continuación se trata los diferentes casos:

-Núcleo magnético trifásico de 3 piernas:

- Los flujos magnéticos producidos, son de igual fase temporal en las 3 piernas.
- Estos flujos se cierran a través del aire y la cuba del trafo, dado que no tienen retorno por circuito ferromagnético.
- Luego:

$$\left| \bar{Z}_0^o \right| \ll \left| \bar{Z}_0^p \right| ; \text{ siendo del orden } \bar{Z}_0^o = (4 \text{ a } 5) \bar{Z}_k'$$

-Núcleo magnético de 5 piernas.

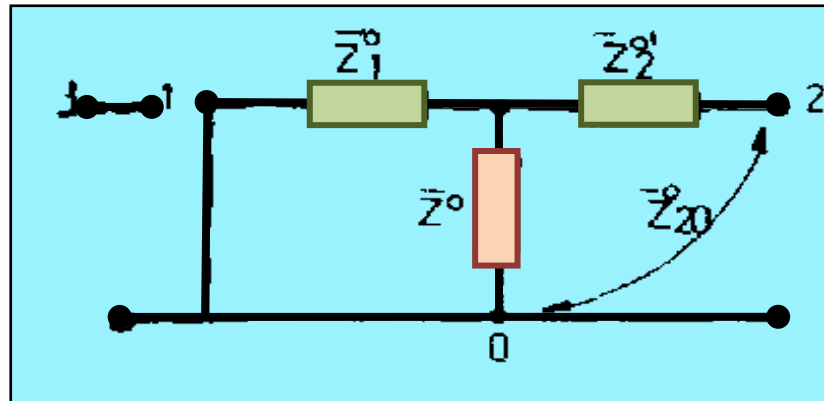
- Los flujos magnéticos sec (0) se cierran a través 4° y 5° pierna.
- Dado que la sección de la 4° más la 5° pierna es igual a la sección de una de las primeras, el circuito ferromagnético de retorno trabaja saturado.
- Luego $\bar{Z}_0^o$ es algo menor que $\bar{Z}_0^p$.

-Banco de tres transformadores monofásicos:

$$\bar{Z}_0^o = \bar{Z}_0^p \left(> 10^2 \bar{Z}_k \right)$$

- **Conexión del transformador ΔY_T**

- En el Δ no tiene efecto conectar ningún sistema secuencia nula.

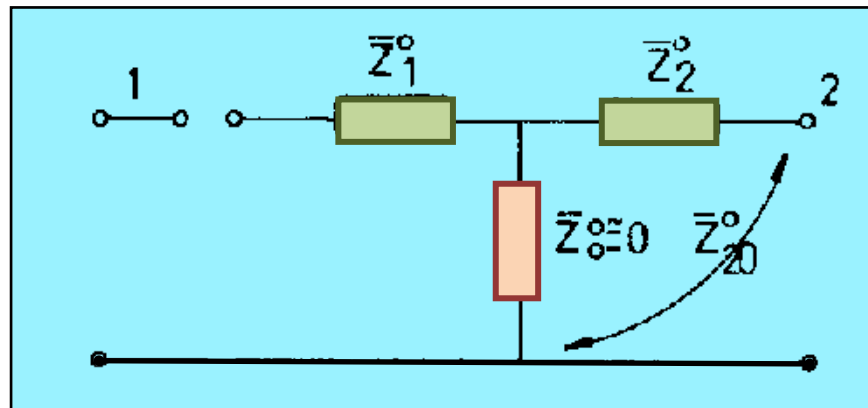


$$\bar{Z}_{20}^{'o} = \bar{Z}_2^{'o} + \frac{\bar{Z}_0^o \bar{Z}_1^o}{\bar{Z}_0^o + \bar{Z}_1^o} = (0,85 - 1) \bar{Z}_k$$

- El valor mayor vale para núcleo trifásico de 5 piernas o el banco de 3 transformadores monofásicos.
- El menor valor para núcleo trifásico de 3 piernas.

- **Conexión del transformador Y Z_T.**

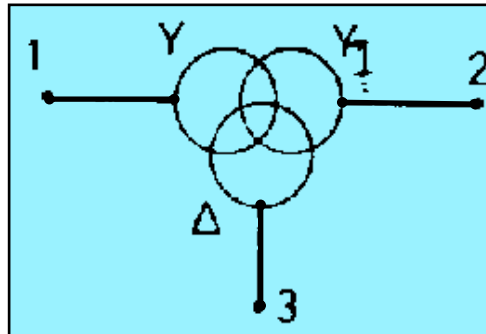
- Por la Y aislada no pueden circular corrientes de Sec. (0).
- Por el **Zig-Zag** vinculado a tierra:
 - Pueden circular corrientes de secuencia nula.
 - Los flujos magnéticos correspondientes a las dos partes del arrollamiento *Zig-Zag* y que están situados sobre la misma pierna tienen sentidos contrarios y prácticamente se anulan.
 - Luego la impedancia Z^0 es despreciable.



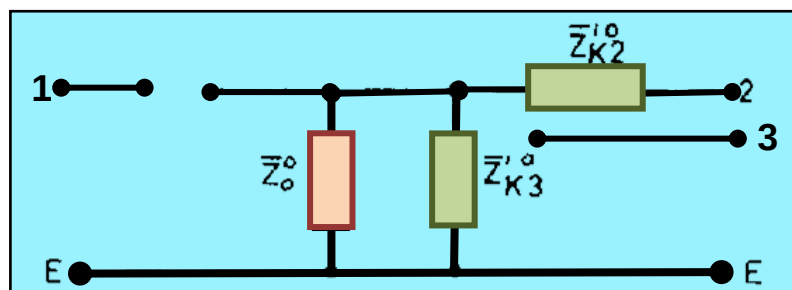
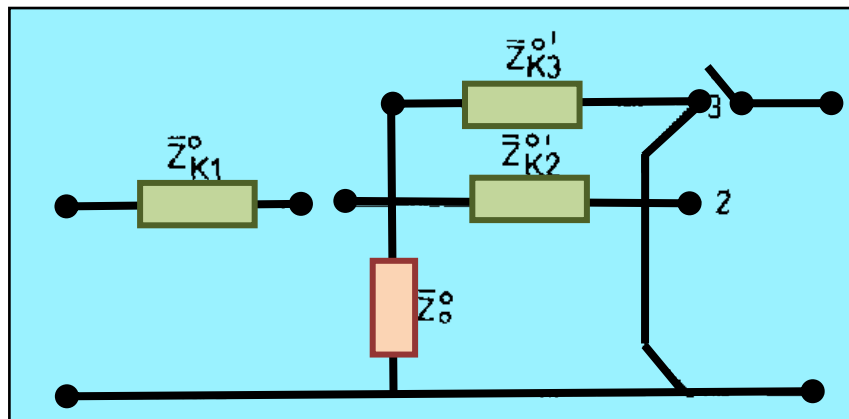
- La $\bar{Z}_{20}^0 \approx 0 \left(\approx \frac{1}{10} \bar{Z}_k \right)$ puesto que además en este caso la reactancia de dispersión $\bar{Z}_2^0$ es muy pequeña por las características constructivas.

B) Circuitos equivalentes de secuencia nula de transformadores de 3 arrollamientos.

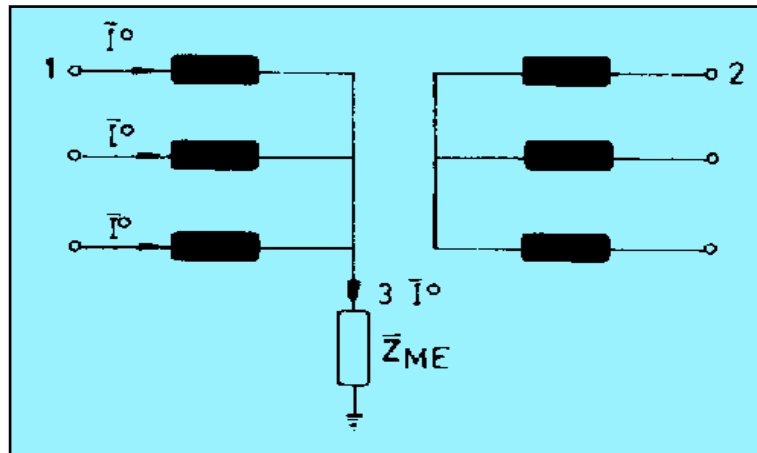
- Conexión Y Y_TΔ



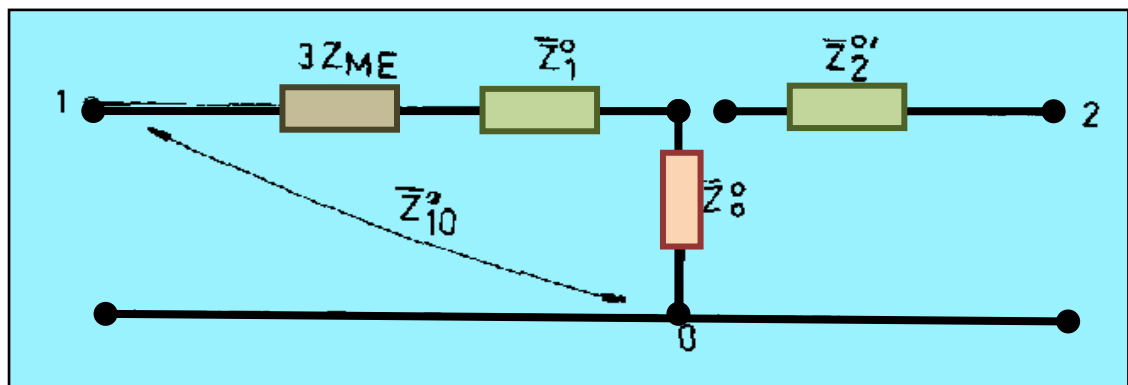
-Si el centro de Y del secundario está vinculado a tierra se obtiene circuito equiva., que se deduce teniendo en cuenta que el arrollamiento en Δ representa un cc para el sistema de sec. (0).



- Transformador $Y_T Y$ con centro de estrella del primario a tierra a través de una impedancia.



- En este caso el circuito equivalente debe tener en cuenta que por la impedancia Z_{ME} circula la corriente $3 I^0$.



- El análisis sobre los valores que tienen Z_0 y Z_1 ya ha sido efectuado anteriormente, pudiendo escribirse:

- Para el caso de puesta a tierra directa y transformador con núcleo trifásico de 3 piernas.

$$\bar{Z}_{10}^0 = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_0^0 \approx 5 \bar{Z}_k$$

- Puesta a tierra a través de impedancias:

$$\bar{Z}_{10}^0 = 5 \bar{Z}_k + 3 \bar{Z}_{ME}$$

CIRCUITOS EQUIVALENTES DE SECUENCIA NULA PARA TRANSFORMADORES DE DOS Y TRES ARROLLAMIENTOS

CONEXION	CIRCUITO EQUIVALENTE	IMPEDANCIA DE SECUENCIA NULA
		NTP : Núcleo trifásico de tres piernas $Z'_{12} \rightarrow Z'_{ps} = Z_{ps} \rightarrow Z_k$ $Z'_{10} \rightarrow Z'_{10} \approx 4,5 \dots 5,5 Z_{ps} \rightarrow Z_k$ $Z'_{20} \rightarrow Z'_{20} \approx 4,5 \dots 5,5 Z_{ps} \rightarrow Z_k$ NCP : Núcleo trifásico de 5 piernas $Z'_{p0} = \infty$; $Z'_{s0} = \infty > 10^2 Z_k$
		$Z_{ps} = \infty$ $Z'_{so} = \infty$ $Z_{po} = Z_{op} + Z_{om}$ $4,5 \dots 5,5 Z_{ps}$ para NPT $= \infty$ para NCP
		$Z_{ps} = \infty$ $Z'_{so} = \infty$ $Z_{po} = Z_{op} + Z'_{os} // Z_{om}$ $= 0,85 Z_{ps}$ para NPT $= Z_{ps}$ para NCP
		$Z_{ps} = \infty$ $Z_{po} = \infty$ $Z'_{so} = 0,1 Z_{ps}$
		$Z_{ps} = Z_{ps}$ $Z_{pt} = \infty$ $Z_{po} = Z_{op} + Z_{om} // Z'_{ot}$ $Z'_{so} = Z'_{os} + Z_{om} // Z'_{ot}$ $Z'_{st} = Z'_{to} = \infty$
		$Z_{ps} = Z_{pt} = \infty$ $Z_{po} = Z_{op} + Z_{om} // Z'_{ot}$ $Z'_{so} = Z'_{st} = Z'_{to} = \infty$
		$Z_{ps} = Z_{ps}$ $Z_{pt} = \infty$ $Z_{po} = Z_{op} + Z_{om} // Z'_{ot}$ $Z'_{so} = Z'_{os} + Z_{om} // Z'_{ot}$ $Z'_{st} = Z'_{to} = \infty$
		$Z_{po} = Z_{op} + Z'_{os} // Z'_{ot} // Z_{om}$ $Z'_{ps} = Z_{pt} = \infty$ $Z'_{so} = Z'_{st} = Z'_{to} = \infty$

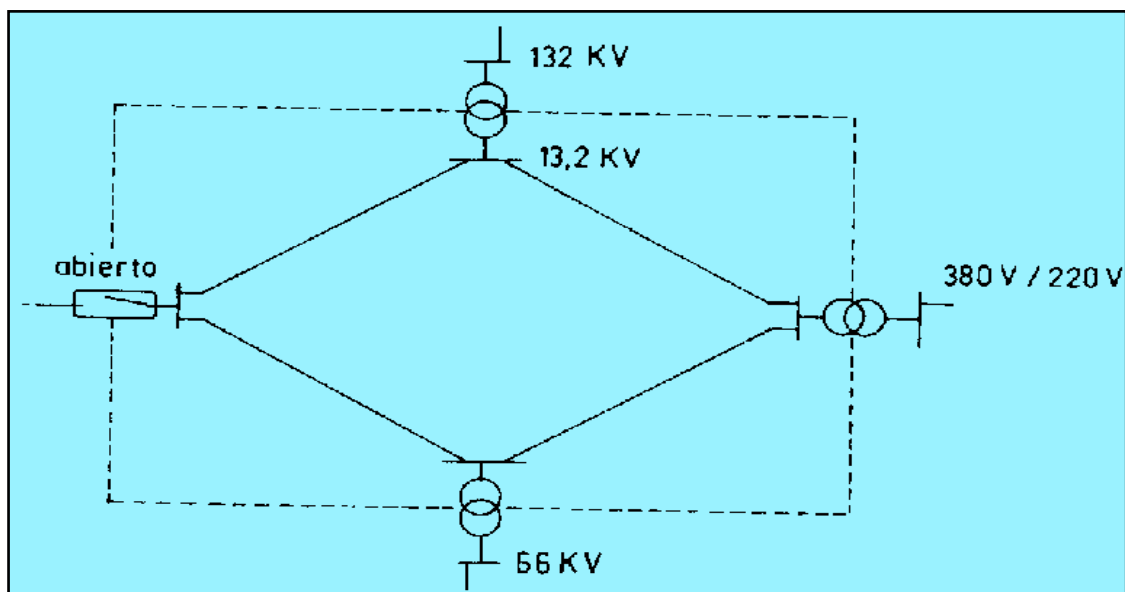
11 MODOS DE OPERACION DE REDES

Dado que la falla más frecuente que se presenta en redes es el contacto a tierra unipolar:

- Interesa estudiar el tratamiento del centro de estrella o Modos de Operación de la Red.
- Esto debido a que los efectos del contacto a tierra unipolar sobre la operación, dependen fuertemente del Modo de Operación de la Red.

11.1 Región de red:

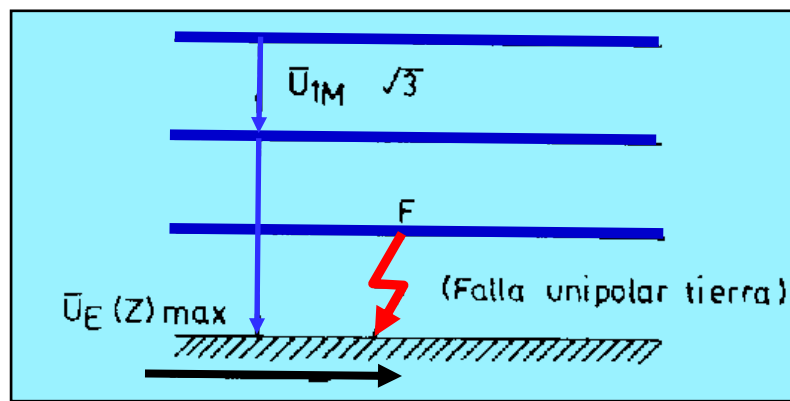
- Se define “**región de red**”, conjunto de todas las instalaciones o partes de instalaciones de una red que se encuentran vinculadas galvánicamente entre sí.
- Una región de red está delimitada por: trafos, interruptores abiertos y seccionadores abiertos. (Vinculaciones a través de puesta a tierra, en general no son consideradas).
- El efecto separación galvánica de las regiones de red se evita que potenciales respecto de tierra superpuestos en una región de red sean transmitidos a otras regiones vecinas de red.



11.2 Tratamiento del centro de estrella.

11.2.1 Cifra de puesta a tierra.

Para caracterizar cuantitativamente la forma en que el centro de estrella es vinculado a tierra, en lo que se refiere a los potenciales superpuestos que aparecen en las fases no afectadas por la falla, en el caso de contactos a tierra unipolares, se define la cifra de puesta a tierra como sigue:



$$m = \frac{|\bar{U}_E(z)|_{max}}{|U_{1M}| \sqrt{3}}$$

Definiciones según normas VDE 0111.

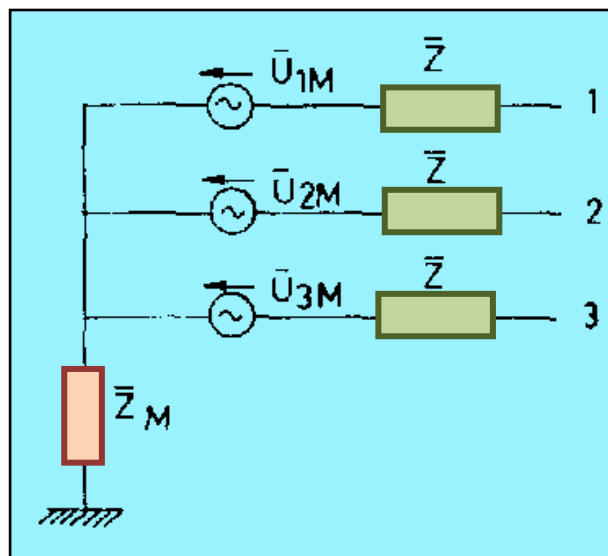
$m \leq 0,8$ Puesta a Tierra Rígida

$m \geq 0,8$ Puesta a Tierra No Rígida.

11.2.2 Formas del tratamiento del centro de estrella.

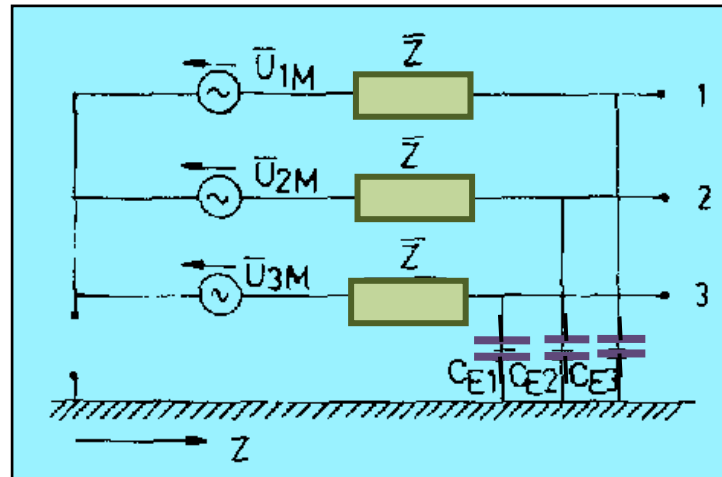
a) Puesta a tierra directa o rígida.

- Capacidad entre líneas, cortocircuitadas para secuencia nula.
- Impedancia de la capacidad de línea a tierra es muy grande.



- $\bar{Z}_M \Rightarrow 0$
- $\bar{Z}^0$: Impedancia de secuencia cero; su valor depende del tipo de conexión del transformador
- $\bar{Z}^0 = (0,5 - 5) \bar{Z}^p$

b) Centro de estrella aislado



- $\bar{Z}_M \Rightarrow \infty$

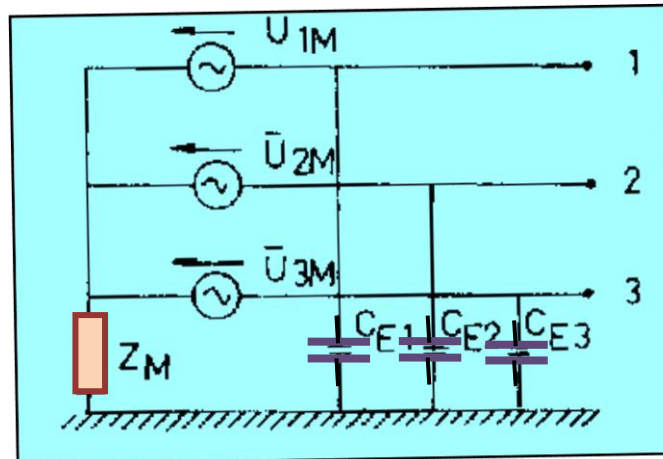
$$\bar{Z}^o = \frac{1}{j\omega C_E} \gg Z^p$$

- $C_E = \frac{1}{3}(C_{E1} + C_{E2} + C_{E3})$
- Z^o depende del tipo de línea
- Por ser las corrientes de falla unipolar a tierra muy pequeñas se hace la hipótesis $U(Z) \neq f(Z)$ es decir $U(Z) = \text{constante}$.

O sea implica que se desprecian las impedancias longitudinales, resultando el valor dado anteriormente para Z^o .

c) Centro de estrella puesto a tierra inductivamente.

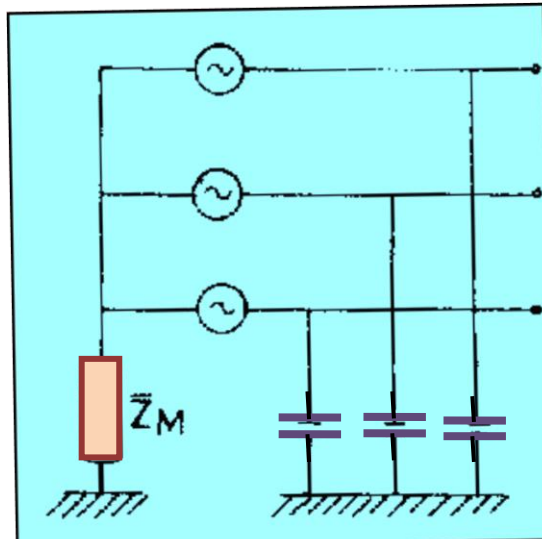
- En este caso es válida también la hipótesis $U(Z) \neq f(Z)$; o sea $U(Z) = \text{constante}$.



- $C_E = \frac{1}{3}(C_{E1} + C_{E2} + C_{E3})$
- Z_M satisface el requerimiento de compensación (resonancia).
- $\bar{Z}_M = j\omega L_M = -\frac{1}{3j\omega C_E}$
- Despreciando las impedancias longitudinales resulta:

$$\bar{Z}^0 = -j \frac{\omega L_M / \omega C_E}{\omega L_M - \frac{1}{3\omega C_E}} \Rightarrow \infty$$

d) Puesta a tierra de baja impedancia (resistencia o inductancia)



- $\bar{Z}_M \ll \frac{1}{3j\omega C_E}$
- Con lo que resulta

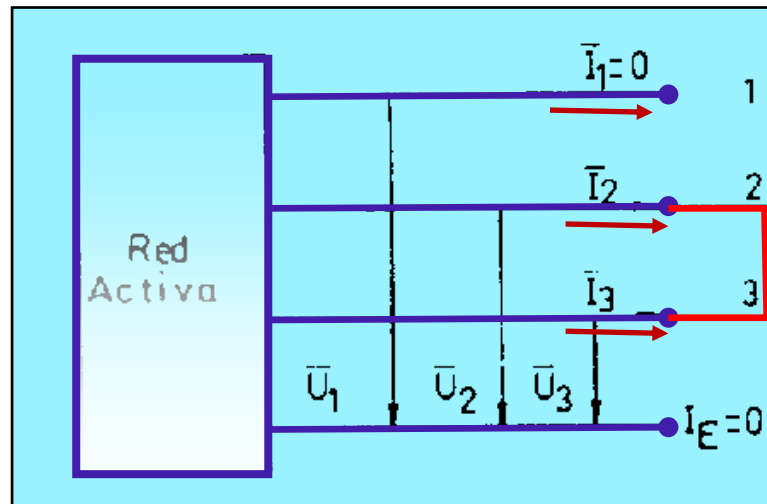
$$\bar{Z}^o > Z^p$$

Comentarios:

- La forma tratamiento del centro estrella no tiene influencia sobre las características de operación servicio normal.
- La influencia de la forma de tratamiento de centro estrella en condiciones de fallas será caracterizada en forma detallada al estudiar contacto unipolar a tierra para los distintos casos.
- En secciones posteriores se detalla las ventajas y desventajas de las distintas formas de tratamiento de centro de estrella. Se hacen consideraciones para distintos niveles de tensión de operación normal.

12 CALCULO CC DE DIFERENTES TIPOS DE FALLAS ASIMETRICAS

12.1 Cálculo de Cortocircuito Bipolar Aislado.



- Se supone que al producirse el CC el sistema eléctrico se encuentra en vacío, lo que equivale a suponer $I_N \ll I_{falla}$.
- Condiciones de falla-asimetría:

$$\begin{aligned}\bar{U}_2 &= \bar{U}_3 \\ \bar{I}_1 &= 0 \\ \bar{I}_2 &= -\bar{I}_3\end{aligned}$$

- Luego las ecuaciones de corrientes en CS:

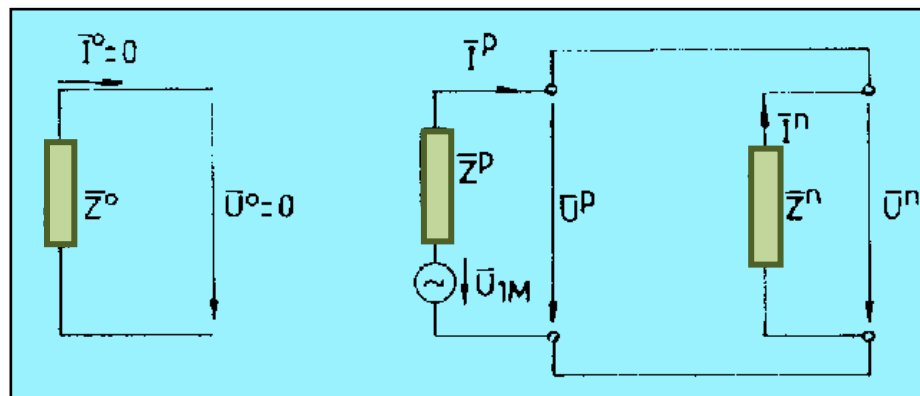
$$\left. \begin{aligned}\bar{I}^o &= \frac{1}{3} (\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) \\ \bar{I}^p &= \frac{1}{3} (\bar{I}_1 + a\bar{I}_2 + a^2\bar{I}_3) = \frac{1}{3} (a\bar{I}_2 - a^2\bar{I}_2) \\ \bar{I}^n &= \frac{1}{3} (\bar{I}_1 + a^2\bar{I}_2 + a\bar{I}_3) = \frac{1}{3} (a^2\bar{I}_2 - a\bar{I}_2)\end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{I}^o = 0$$

$$\therefore \bar{I}^p = -\bar{I}^n$$

- Luego:

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}^o &= I^o Z^o = 0 \\ \bar{U}^p &= \frac{1}{3} (\bar{U}_1 + a\bar{U}_2 + a^2\bar{U}_3) \\ \bar{U}^n &= \frac{1}{3} (\bar{U}_1 + a^2\bar{U}_2 + a\bar{U}_3) \end{aligned} \right\} \text{Como } \bar{U}_2 = \bar{U}_3 \Rightarrow \bar{U}^p = \bar{U}^n$$

- Luego se puede utilizar el siguiente circuito de cálculo del CC bipolar aislado



- Luego:

$$\bar{I}^o = 0 \quad \therefore \quad \bar{U}^o = 0$$

$$\bar{I}^p = -\bar{I}^n = \frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

$$\bar{U}^p = \bar{U}_{1M} - \bar{Z}^p \bar{I}^p$$

$$\bar{U}^p = \bar{U}^n = \bar{U}_{1M} \frac{\bar{Z}^n}{\bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

- Conocidos los 6 valores que definen las CS, se pueden calcular los valores asimétricos-fase mediante transformación inversa.

$$\bar{I}_1 = 0$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}^o + a^2 \bar{I}^p + a \bar{I}^n = \bar{I}^p (a^2 - a)$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^p + \bar{Z}^n} (e^{j120} - e^{-j120})$$

$$\bar{I}_2 = -j \sqrt{3} \frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^p + \bar{Z}^n} = -\bar{I}_3$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}^o + \bar{U}^p + \bar{U}^n$$

$$\bar{U}_1 = \frac{2\bar{Z}^n}{\bar{Z}^p + \bar{Z}^n} \bar{U}_{1M}$$

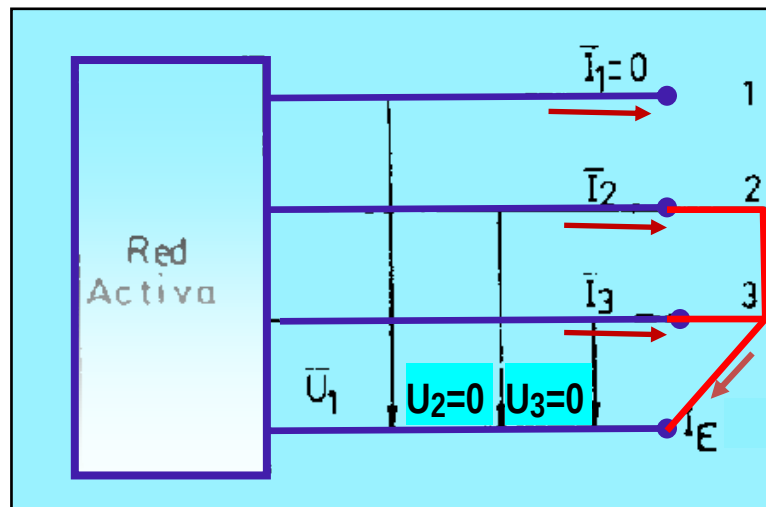
$$\text{Si } \bar{Z}^p = \bar{Z}^n \Rightarrow \boxed{\bar{U}_1 = \bar{U}_{1M}}$$

$$\bar{U}_2 = \bar{U}_3 = \bar{U}^p \underbrace{(a^2 - a)}_{-1}$$

$$\boxed{\bar{U}_2 = \bar{U}_3 = -\frac{\bar{Z}^n}{\bar{Z}^p + \bar{Z}^n} \bar{U}_{1M}}$$

$$\text{Si } \bar{Z}^p = \bar{Z}^n \Rightarrow \boxed{\bar{U}_2 = \bar{U}_3 = -\frac{\bar{U}_{1M}}{2}}$$

12.2 Cálculo de cortocircuito bipolar con contacto a tierra



- Se supone condiciones pre-falla en vacío.
- Condiciones de falla:

$$\bar{U}_2 = \bar{U}_3 = 0$$

$$\bar{I}_1 = 0$$

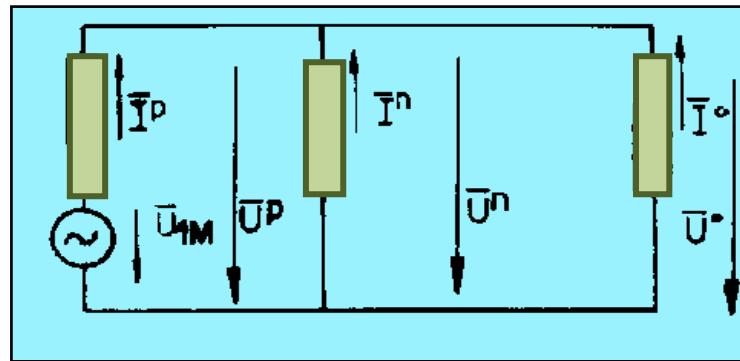
- Si $\bar{I}_1 = \bar{I}^o + \bar{I}^p + \bar{I}^n = 0 \Rightarrow$
y

$$\bar{I}^p = -(\bar{I}^o + \bar{I}^n)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}^o &= \frac{1}{3}(\bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3) \\ \bar{U}^p &= \frac{1}{3}(\bar{U}_1 + a\bar{U}_2 + a^2\bar{U}_3) \\ \bar{U}^n &= \frac{1}{3}(\bar{U}_1 + a^2\bar{U}_2 + a\bar{U}_3) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \bar{U}^o = \bar{U}^p = \bar{U}^n = \frac{1}{3}\bar{U}_1$$

Se puede utilizar el circuito de cálculo.



Luego:

$$\bar{I}^p = \bar{U}_{1M} \frac{(Z^n + Z^o)}{A} ; \quad \bar{I}^n = -\bar{U}_{1M} \frac{Z^o}{A} ; \quad \bar{I}^o = -\bar{U}_{1M} \frac{Z^n}{A}$$

Donde $A = Z^o Z^p + Z^n Z^p + Z^o Z^n$

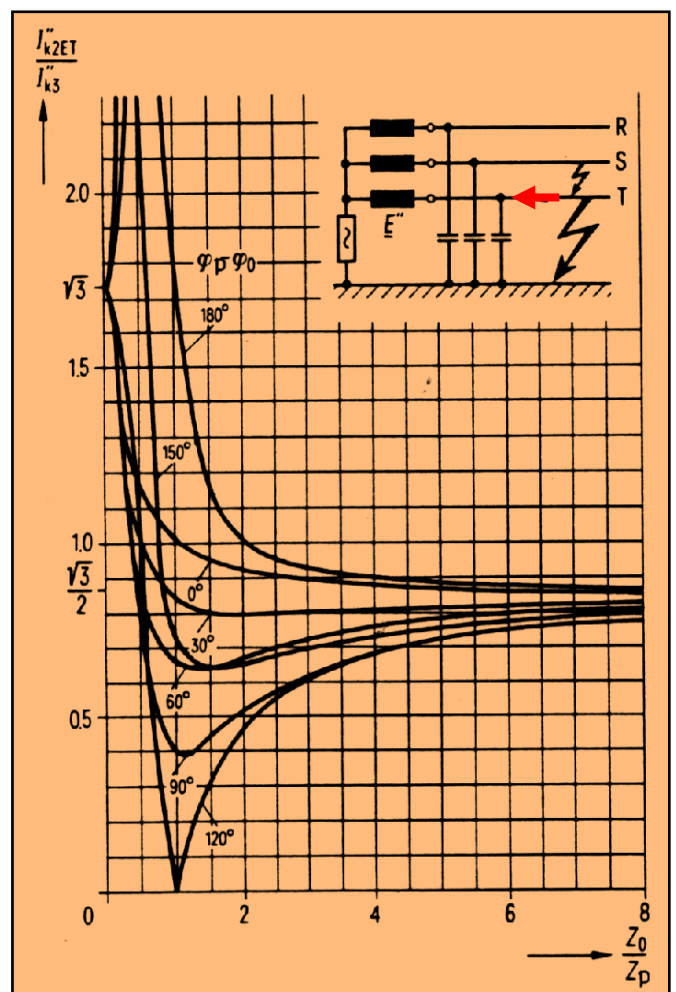
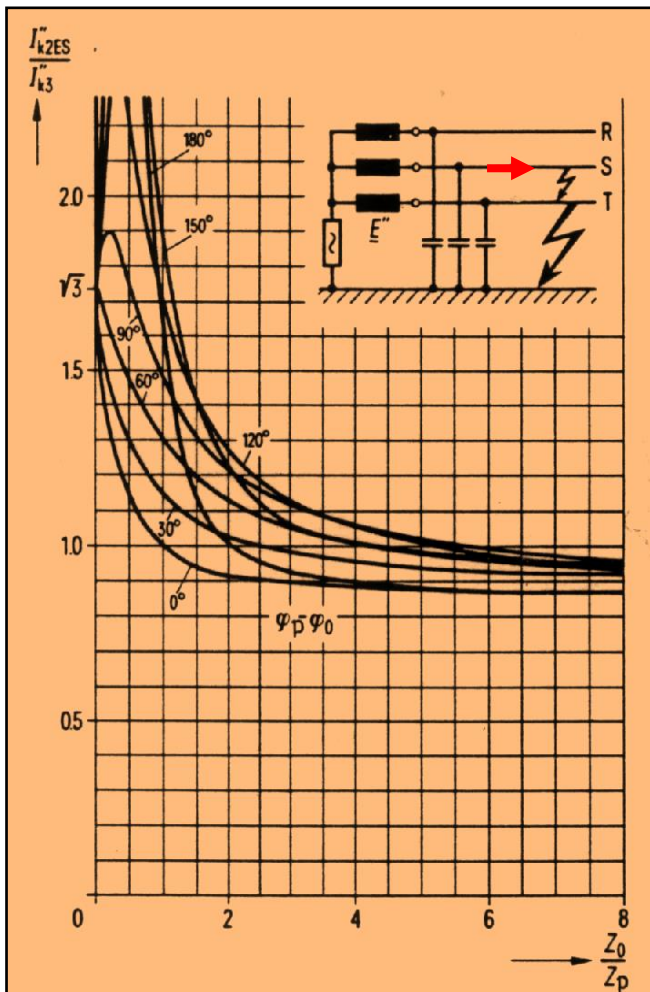
$$\bar{I}_2 = j \sqrt{3} \bar{U}_{1M} \frac{a Z^n - Z^o}{A}$$

$$\bar{I}_3 = -j \sqrt{3} \bar{U}_{1M} \frac{a^2 Z^n - Z^o}{A}$$

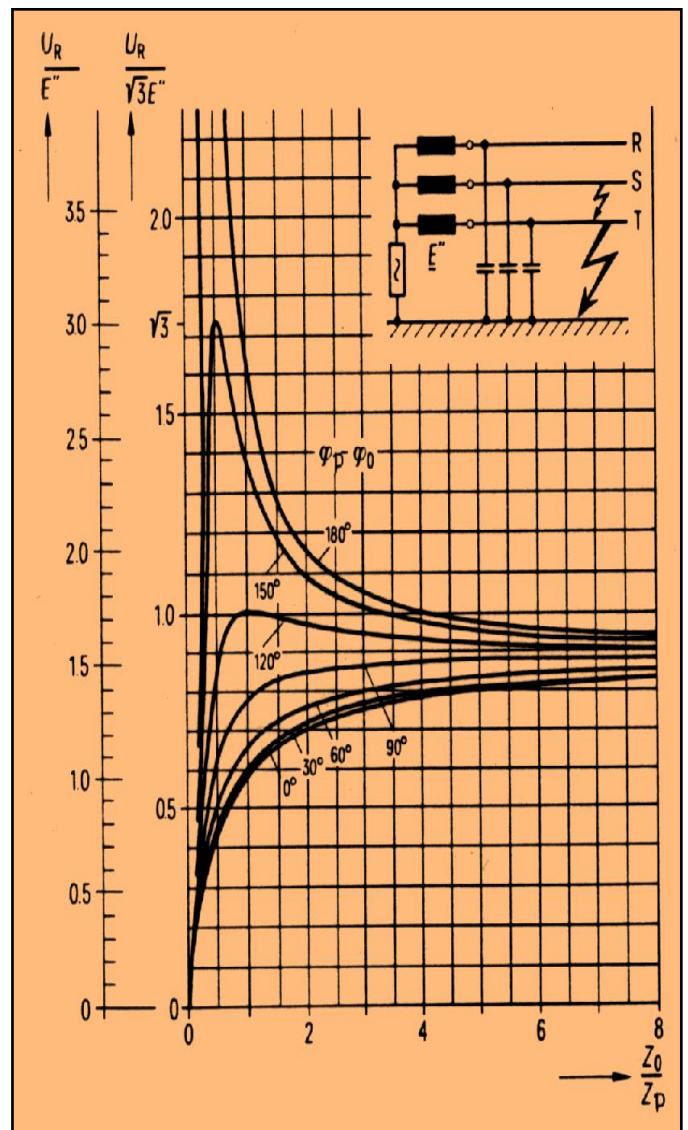
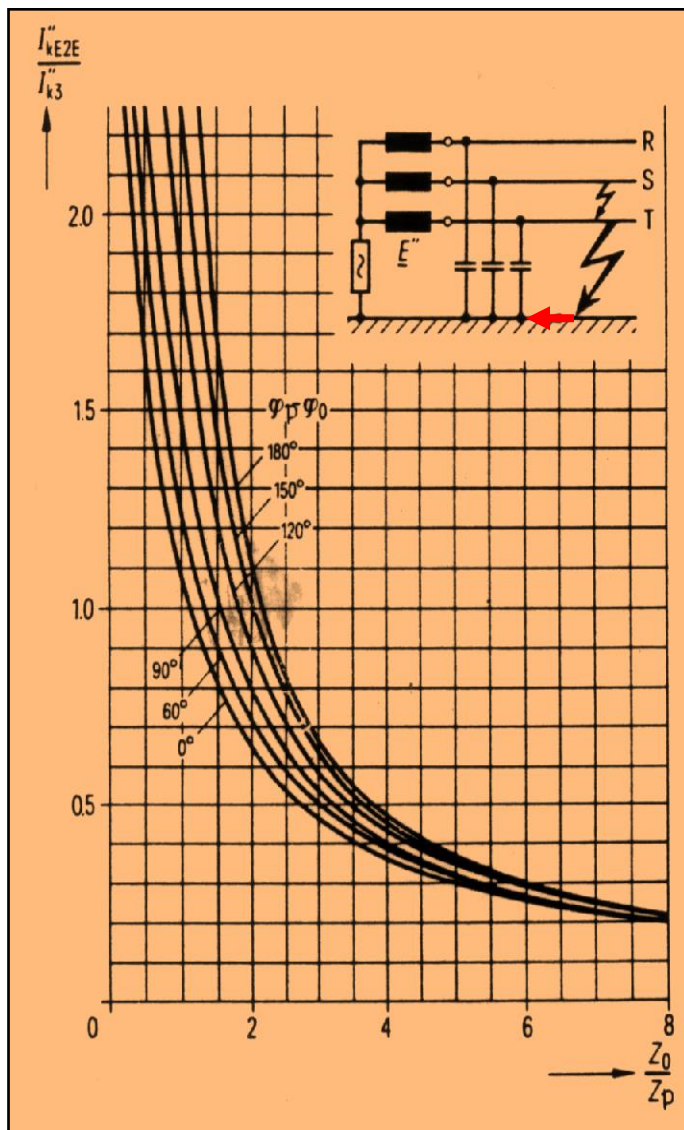
$$\bar{I}_E = 3 \bar{U}_{1M} \frac{Z^n}{A}$$

$$\bar{U}_1 = 3 \bar{U}_{1M} \frac{Z^n Z^o}{A}$$

- Ilustración gráfica de corrientes de cortocircuito de fase, de tierra y tensiones superpuestas.
- Ver variación corrientes CC bifásicas respecto trifásicas en función α y $(\phi_p - \phi_o)$.

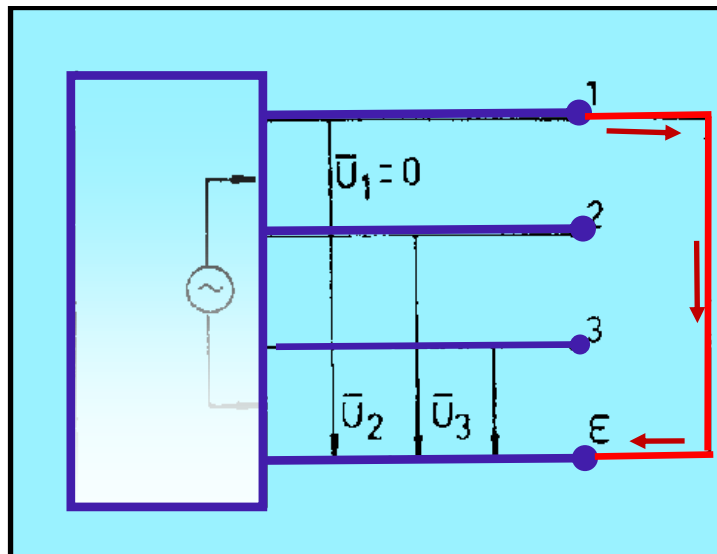


- Ver variación la $U_{posfalla}$ de fase sana en función α y ($\phi_p - \phi_o$).



12.3 Cortocircuito unipolar con contacto a tierra.

- Características:
 - Elevada frecuencia de ocurrencia.
- Causas:
 - Envejecimiento de aislación
 - Sobretensión (causa más común)
 - Daños causados desde el exterior
- Sus efectos están estrechamente vinculados al tratamiento que se da al centro de estrella de la región de red.



- Condiciones de falla: (suponiendo condiciones de vacío al producirse la falla)

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_3 = 0$$

$$\bar{U} = 0$$

- Luego:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}^o \\ \bar{I}^p \\ \bar{I}^n \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad I^o = I^p = I^n = \frac{1}{3} I_1$$

- Considerando que:

$$\bar{U}^o + \bar{U}^p + \bar{U}^n = 0 = \bar{U}_1$$

$$\bar{I}^o = \frac{\bar{I}_1}{3}$$

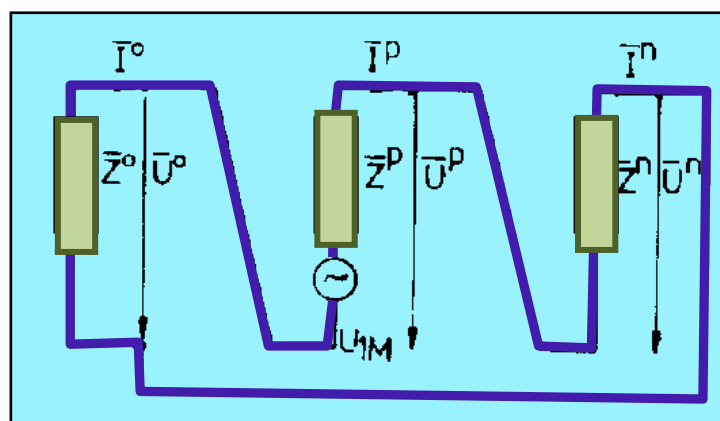
;

$$\bar{I}^p = \frac{\bar{I}_1}{3}$$

;

$$\bar{I}^n = \frac{\bar{I}_1}{3}$$

La vinculación de los circuitos de componentes simétricas queda definida a través de estas relaciones.



$$\bar{I}^p = \bar{I}^n = \bar{I}^o = \frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

- Por asimetrización se obtienen las tensiones y corrientes realmente existentes.

$$\bar{I}_1 = \bar{I}^o + \bar{I}^p + \bar{I}^n = \frac{3 \bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

- La corriente de CC en el contacto a tierra será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_E = 3 \bar{I}^o = \frac{3 \bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

- Luego las componentes simétricas de las tensiones serán:

$$\bar{U}^o = -\bar{I}^o \bar{Z}^o = -\frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} \bar{Z}^o$$

$$\bar{U}^p = \bar{U}_{1M} - \bar{I}^p \bar{Z}^p = \bar{U}_{1M} - \frac{\bar{U}_{1M} \bar{Z}^p}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

$$\bar{U}^p = \frac{\bar{U}_{1M} (\bar{Z}^o + \bar{Z}^n)}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

$$\bar{U}^n = -\frac{\bar{U}_{1M} \bar{Z}^n}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} = \bar{I}^n \bar{Z}^n$$

- Las $\bar{U}$ en componentes de fase son obtenidas a partir CS.

$$\bar{U}_1 = \bar{U}^o + \bar{U}^p + \bar{U}^n = 0$$

$$\bar{U}_2 = \bar{U}^o + a^2 \bar{U}^p + a \bar{U}^n$$

Luego:

$$\bar{U}_2 = \frac{\bar{U} 1M}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} \left[\bar{Z}^o (a^2 - 1) + \bar{Z}^n (a^2 - a) \right]$$

$$a = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad a^2 = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\bar{U}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\bar{U} 1M}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} \left[\sqrt{3} \bar{Z}^o + j(\bar{Z}^o + 2\bar{Z}^n) \right]$$

Además:

$$\bar{U}_3 = \bar{U}^o + a \bar{U}^p + a^2 \bar{U}^n$$

$$\bar{U}_3 = \frac{\bar{U} 1M}{(\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n)} \left[(a-1) \bar{Z}^o + (a-a^2) \bar{Z}^n \right]$$

$$\bar{U}_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\bar{U} 1M}{(\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n)} \left[\sqrt{3} \bar{Z}^o - j(\bar{Z}^o + 2\bar{Z}^n) \right]$$

- Si se analiza el caso en que los medios de operación no rotantes son predominantes en el sistema se tiene: $\bar{Z}^n = \bar{Z}^p$

$$\bar{I}_E = \frac{3 \bar{U}_{1M}}{(\bar{Z}^o + 2 \bar{Z}^p)} = I_1$$

$$\bar{U}_3, \bar{U}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\bar{U}_{1M}}{(\bar{Z}^o + 2 \bar{Z}^p)} \left[\sqrt{3} \bar{Z}^o \pm j (\bar{Z}^o + 2 \bar{Z}^p) \right]$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{I}_E \\ \bar{U}_2 \\ \bar{U}_3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tensión de vacío } U_M \text{ y } f(\text{Impedancia de operación;} \\ \text{impedancia de secuencia 0}) \\ \text{Es decir de la forma de tratamiento del centro de} \\ \text{estrella.} \end{array}$$

- De esta manera se demuestra que:

$$\frac{\bar{I}_E}{\bar{I}_{k3}} = f\left(\frac{\bar{Z}^o}{\bar{Z}^p}\right) = f(\alpha)$$

$$U_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{U_{1M}}{2 + \alpha} \left[\sqrt{3} \alpha - j(\alpha + 2) \right]$$

$\bar{I}_{k3}$: Corriente de CC tripolar.

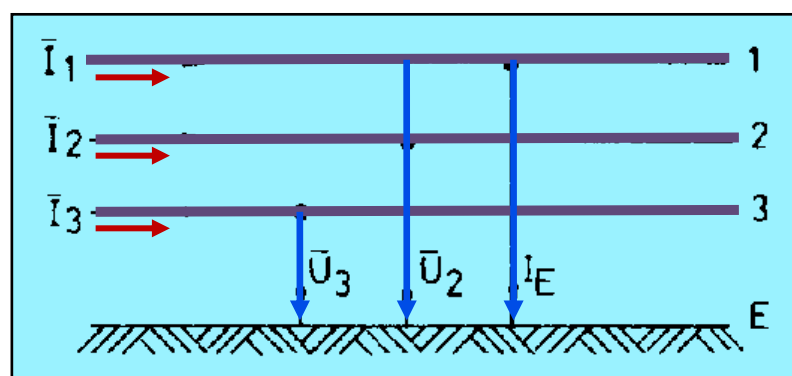
$$\frac{\bar{U}_3}{\bar{U}_{1M}}; \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_{1M}} = f\left(\frac{\bar{Z}^o}{\bar{Z}^p}\right) = f(\alpha)$$

$$\alpha = \frac{\bar{Z}^o}{\bar{Z}^p} = \frac{\text{Impedancia de Thevenin de Secuencia Cero}}{\text{Impedancia de Thevenin de Secuencia Positiva}}$$

- Para mostrar la dependencia de estas relaciones respecto de α se efectuará un cálculo aproximado conceptual utilizando los resultados anteriores.
- Análisis de los valores de tensión y corriente correspondientes a las condiciones de falla para las distintas formas de tratamiento del centro de estrella (efectuando un cálculo simplificado aproximado).

12.4 Cálculo simplificado del contacto a tierra.

- Se mostrará el comportamiento en condiciones de falla para las cuatro formas de tratamiento del centro de estrella.
 - a- Directa
 - b- Aislada
 - c- Inductiva resonante
 - d- Baja impedancia.
- Se utiliza el siguiente esquema básico



12.4.1 Puesta a tierra rígida-directa del centro de estrella.

Hipótesis:

- $\bar{Z}_M = 0$ (Impedancia entre centro de estrella y tierra)
- $\bar{Z}^P = \bar{Z}^n$
- Igual ángulo de impedancia para $\bar{Z}^0$ y $\bar{Z}^P$.
- Se analiza, $\bar{Z}^0 = (0,5 - j5) \bar{Z}^P = \alpha \bar{Z}^P$. Dependencia del tipo de conexión de centro estrella de trafos.
- Utilizando las expresiones deducidas en el punto anterior:

$$\bar{I}_E = \frac{3U_{1M}}{(2+\alpha)\bar{Z}^P}; \bar{U}_2, \bar{U}_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\bar{U}_{1M}}{(2+\alpha)} \left[\sqrt{3}\bar{Z}^0 \pm j(2+\alpha) \right]$$

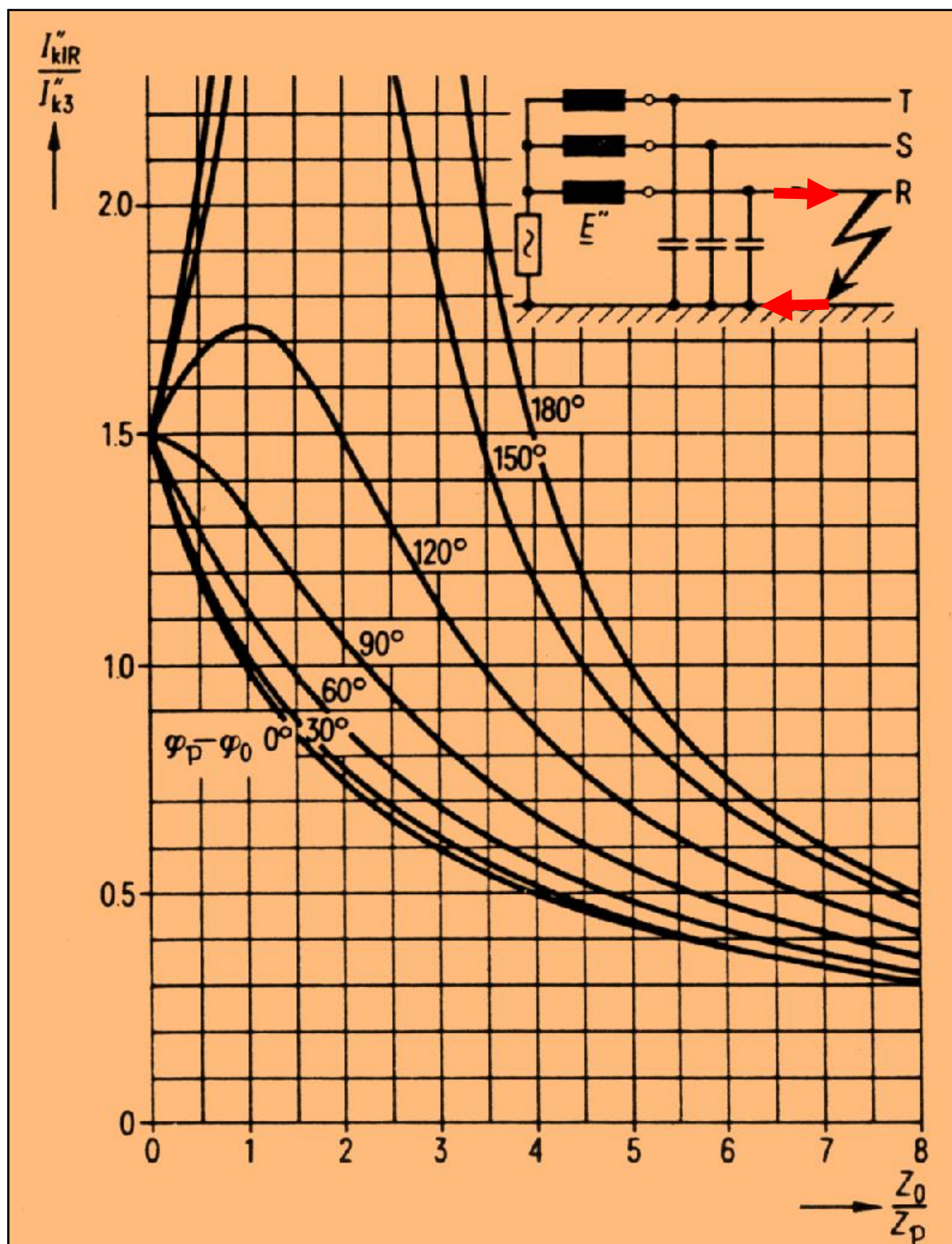
Tabla $\bar{I}_E, \bar{U}_2, \bar{U}_3 = f(\alpha)$

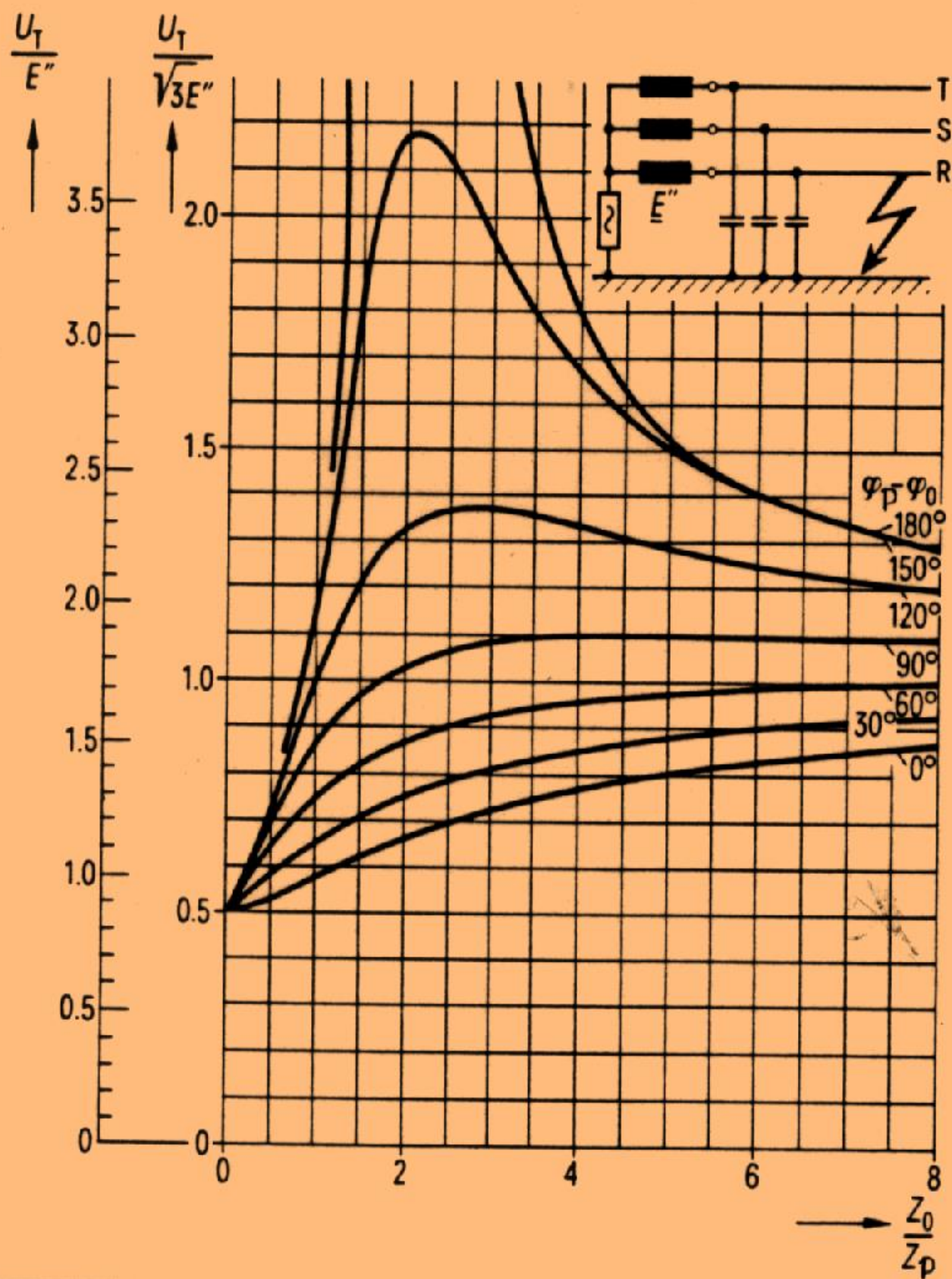
α	1	2	5
$\bar{I}_E$	$\frac{U_{1M}}{\bar{Z}^P} = I_{k3}$	$0,75 I_{k3}$	$0,43 I_{k3}$
$\bar{U}_2$	$-U_{1M} \left(0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$-U_{1M} \left(0,75 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$-U_{1M} \left(1,07 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
$\bar{U}_3$	$-U_{1M} \left(0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$-U_{1M} \left(0,75 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$-U_{1M} \left(1,07 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
$\frac{U_2}{U_{1M}}, \frac{U_3}{U_{1M}}$	1	1,145	1,38

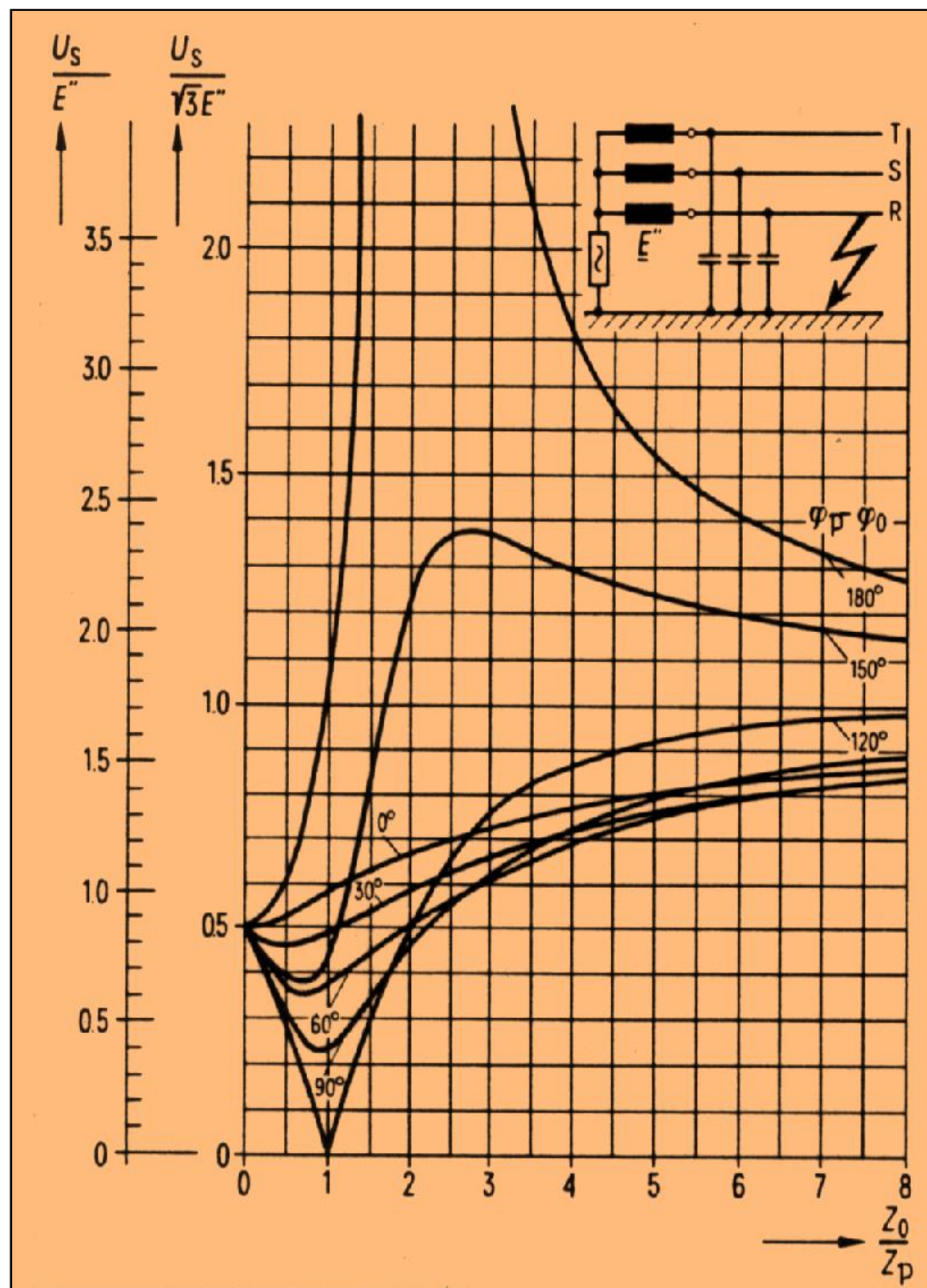
- $\alpha \leq 1$ se podrá dar en ciertos casos particulares ($Z^0 < Z^p$) caso de los trafos *Zigzag*.
- La cifra de puesta a tierra m para los 3 casos analizados será:

$$\left. \begin{array}{l} Z^0 = Z^p \quad ; \quad m = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577 \\ \bar{Z}^0 = 2 \bar{Z}^p \quad ; \quad m = \frac{1,145}{\sqrt{3}} = 0,661 \\ \bar{Z}^0 = 5 \bar{Z}^p \quad ; \quad m = \frac{1,38}{\sqrt{3}} = 0,797 \end{array} \right\} < 0,8 \text{ puesta tierra rígida}$$

- En las siguientes figuras se muestra el comportamiento de las corrientes de cortocircuito monofásico respecto de los trifásicos en función de α y de la diferencia de fase $\phi_p - \phi_0$.







Resumen de características para puesta a tierra directa.

$$\bar{Z}_0 \Rightarrow \bar{Z}_p ; \quad \bar{I}_E \rightarrow \bar{I}_{k3}$$

$$\bar{Z}_M = 0 ; \quad U_3, U_2 \leq 1,4 U_M$$

- a) Corrientes CC elevadas deben consecuentemente ser desconectadas de inmediato a través de la correspondiente protección.
- b) Corrientes CC elevadas asegura un adecuado funcionamiento de la protección selectiva que juntamente con el procedimiento de desconexión con reconexión rápida (trifásica o monofásica) permite restablecer rápidamente las condiciones normales de servicio en caso de tratarse de una falla no permanente.
- c) El potencial de las fases sanas respecto de tierra no alcanza valores peligrosos. Economía en los costos de aislación.
- d) En servicio normal está asegurado que el potencial del centro de estrella es siempre igual al potencial de tierra.
- e) Las elevadas corrientes provocan inconvenientes en líneas cercanas de telecomunicaciones, y bajo ciertas circunstancias hacen necesarias instalaciones costosas de puesta a tierra para no superar las tensiones de paso y contacto prescriptas.
- f) La puesta a tierra directa se efectúa en varios transformadores de la región de red, los cuales deben tener capacidad de carga plena en su centro de estrella. Para los grupos de conexión más usuales se da en el cuadro a continuación, la capacidad de carga en el centro de estrella.
- g) En general, en redes con tensión 132 kV el centro de estrella es puesto a tierra directamente. En algunos países suelen ponerse a tierra directamente también redes de baja tensión muy extendidas.

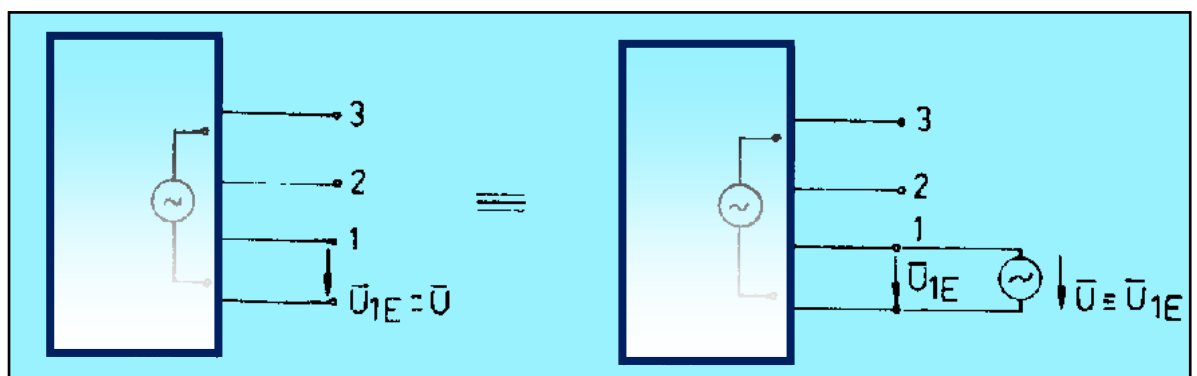
GRUPOS DE CONEXION MAS UTILIZADOS		
Grupo de conexión	Aplicación	Capacidad de carga del centro de estrella
Y_{YO}	Pequeños transformadores de distribución.	10% I_N
Y_{ZO}	Pequeños transformadores de distribución.	100% I_N
D_Y5	Grandes transformadores de distribución.	100% I_N
Y_d5	Transformador de bloque y estaciones transformadoras.	-----
Y_{YO} con terciario en triángulo	Transformador de bloque y estaciones transformadoras.	100% I_N

12.4.2 Centro de estrella de la región de red aislado.

Para estudiar este caso se supone que la impedancia longitudinal puede ser despreciada $U(z) = \text{Constante}$.

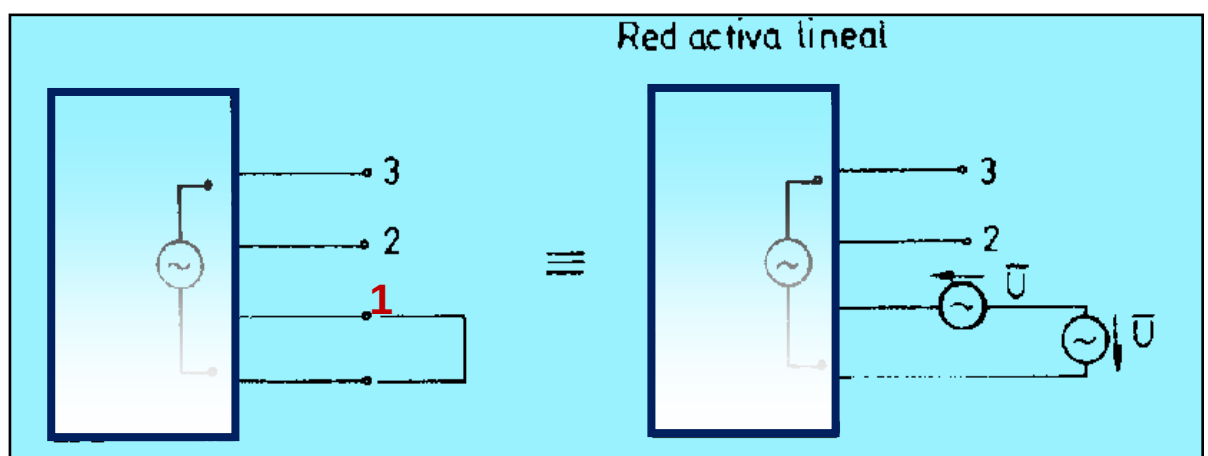
- **Aplicación del Principio Superposición al cálculo de fallas.**

- Condiciones normales de operación.

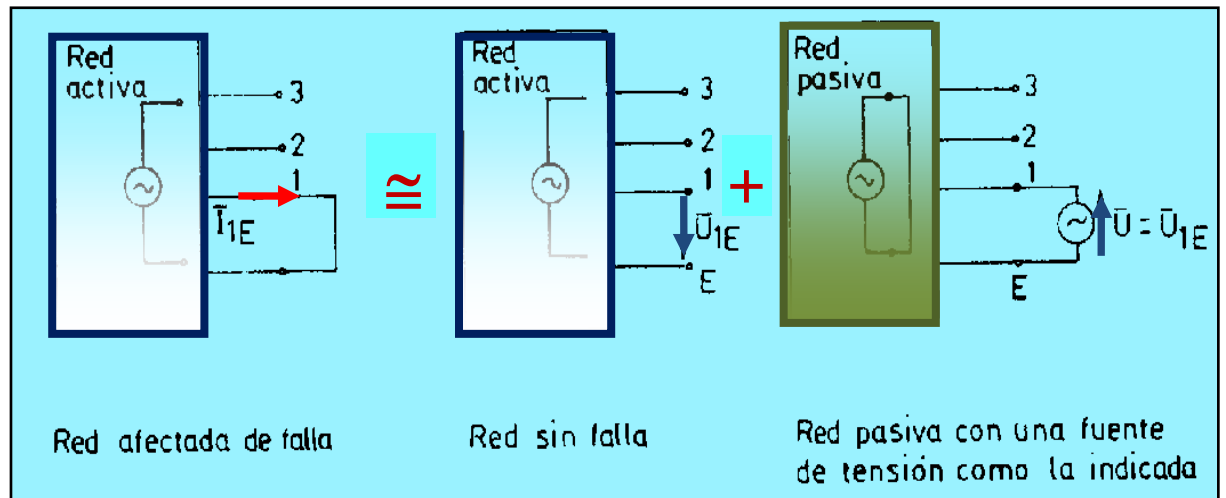


Redes activas con fuentes sincrónicas simétricas de tensión y elementos lineales.

- En el caso de cortocircuito unipolar se tendrá:

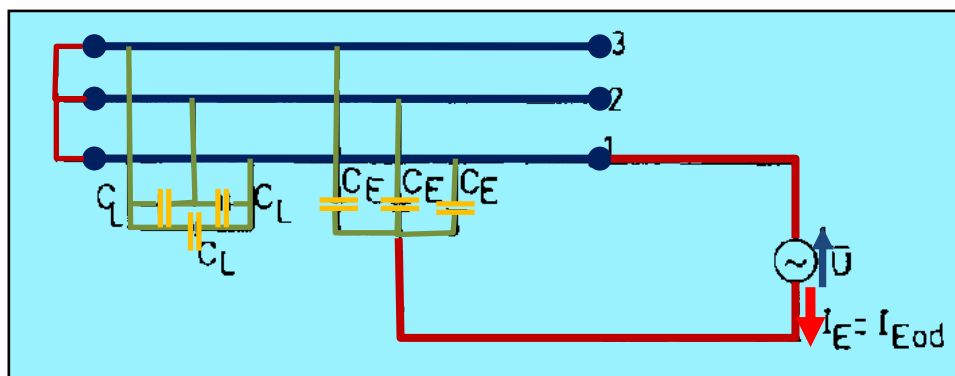


- En el caso de contacto unipolar a tierra, se puede utilizar el Principio de Superposición de la siguiente forma:

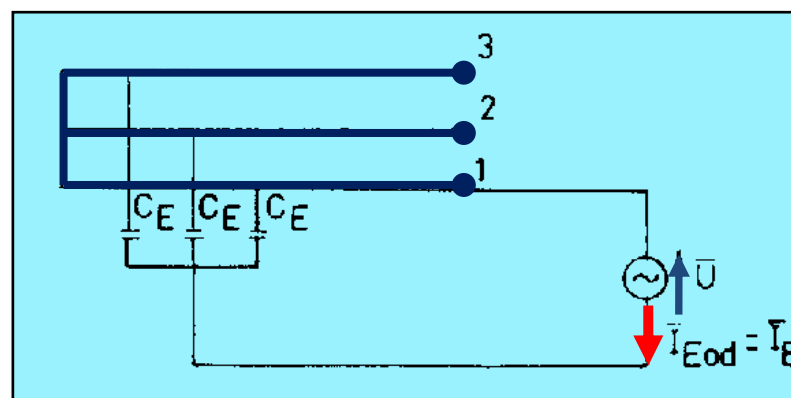


- **Aplicación del método clásico (en componentes de fase):**

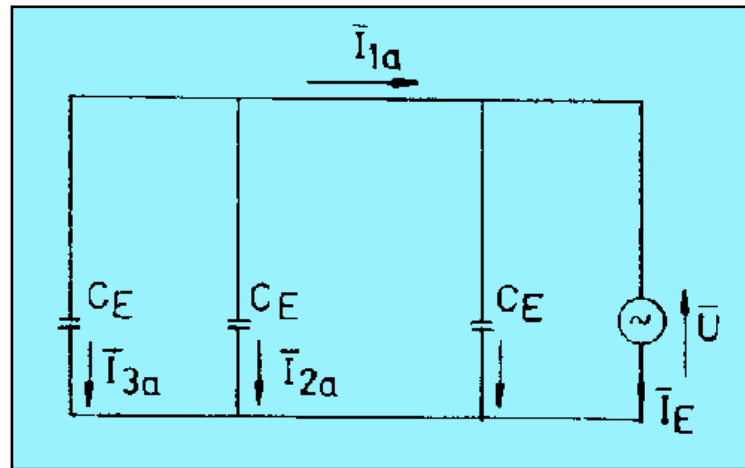
- El circuito de cálculo en vacío a causa de la falla resulta:



- Las C_L están CC y se desprecian impedancias longitudinales:



- Esquema clásico de cálculo: Este esquema para secuencia cero, que se puede transformar en:



$$\bar{I}_E = -3 j \omega C_E \bar{U}$$

- Las corrientes que circulan por las capacidades C_E son iguales:

$$\bar{I}^0 = -j \omega C_E \bar{U}_M$$

- Donde U_M tiene el carácter de una tensión de secuencia nula, luego:

$$\bar{Z}^0 = + \frac{1}{j \omega C_E}$$

- **Aplicación del método de las componentes simétricas:**

- Condiciones de falla: $\bar{I}_2 = \bar{I}_3 = 0$ y $U_1 = 0$.
- Suponiendo vacío al producirse la falla y no teniendo en cuenta las corrientes de vacío (capacidades).

$$\bar{I}_0 = \frac{1}{3} \bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}_0}$$

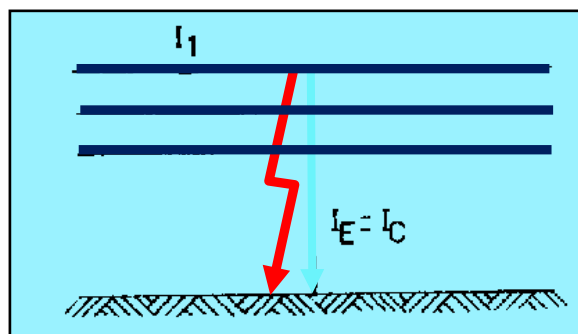
$$\bar{I}_p = \frac{1}{3} (\bar{I}_1 + a \bar{I}_2 + a^2 \bar{I}_3) = \frac{1}{3} \bar{I}_1$$

$$\bar{I}_n = \frac{1}{3} \bar{I}_1$$

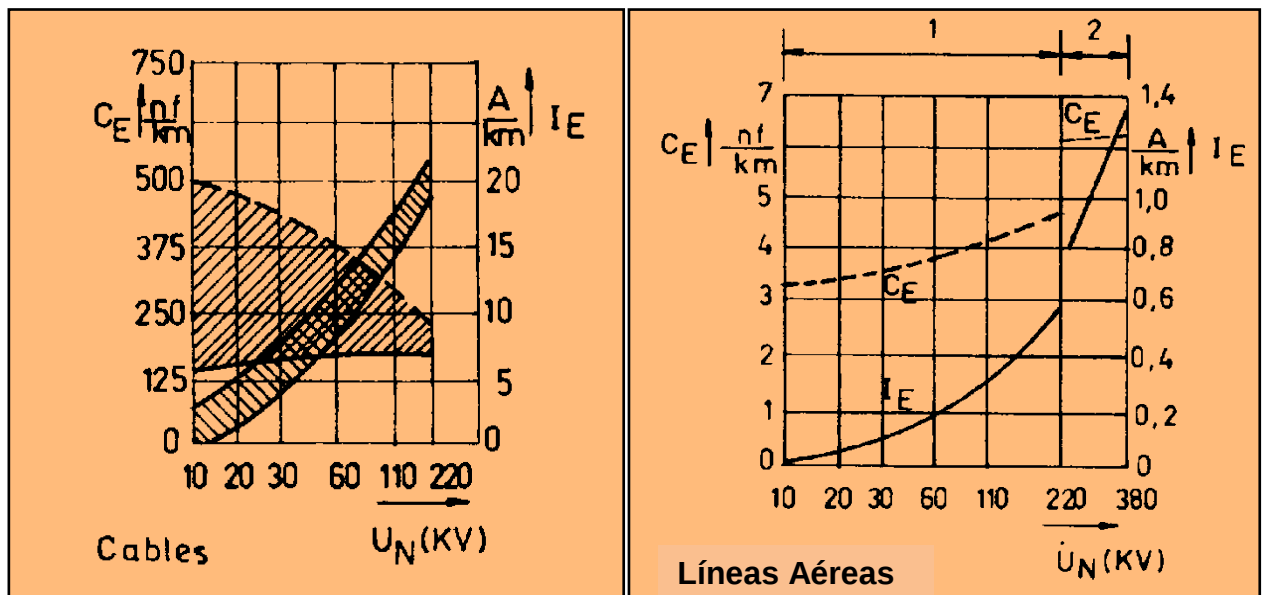
$$\bar{I}_0 = \bar{I}_p = \bar{I}_n = \frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}_0}$$

$$\bar{I}_E = 3 j \omega C_E \bar{U}_{1M}$$

- C_E depende de extensión de región de red. $I_E \leq 100 A$



- Valores indicativos de C_E , y de la corriente de contacto unipolar a tierra se muestran a continuación en la figura.



$$C_E, I_E = f(U_N)$$

Líneas aéreas: 1: con conductores simples, 2: con haz conductores

- Las tensiones son:

$$\bar{U}^o = -\bar{U}_{1M} \frac{\bar{Z}^o}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} \gg -\bar{U}_M \frac{Z^o}{Z^o} = -\bar{U}_M$$

$$\bar{U}^p = \bar{U}_M \frac{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} = \bar{U}_M$$

$$\bar{U}^n = -\bar{U}_{1M} \frac{\bar{Z}^n}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} = 0$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}^o + \bar{U}^p + \bar{U}^n = 0$$

$$\bar{U}_2 = \bar{U}^o + a^2 \bar{U}^p + a \bar{U}^n = \sqrt{3} \bar{U}_{1M} e^{j210}$$

$$\bar{U}_3 = \bar{U}^o + a \bar{U}^p + a^2 \bar{U}^n = \sqrt{3} \bar{U}_{1M} e^{j150}$$

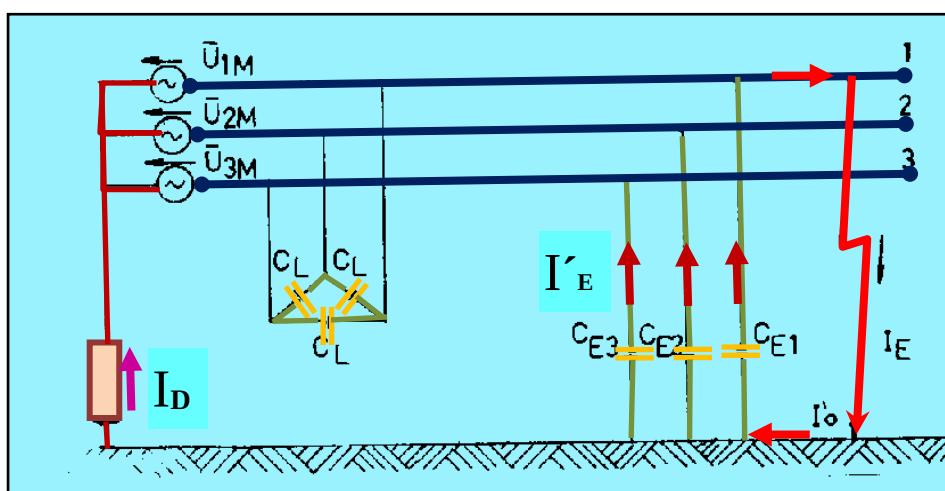
- **Aspectos característicos de operación con centro de estrella aislado:**

- a) U fases sanas en contacto unipolar se incrementa en $\sqrt{3}$.
- b) Corriente de contacto a tierra unipolar es proporcional a la tensión de la red y la extensión de ella (longitud C_E). En general es mucho menor que la corriente de CC tripolar. Por ello no se hace necesario interrumpir inmediatamente dicha corriente.
- c) La I_E es capacitiva. Peligro de reencendido en caso de fallas con presencia de arco eléctrico. Existe el peligro de contacto a tierra intermitente. Podría pasar a ser un contacto doble a tierra.
- d) La protección selectiva de la red se ve dificultada.
- e) En operación normal el potencial de líneas respecto de tierra está determinado por las capacidades entre líneas. En caso de existir simetría exacta el centro de estrella del transformador tiene potencial nulo respecto de tierra. A causa de las pequeñas asimetrías existentes en la mayoría de los casos y de las terceras armónicas contenidas en las tensiones, aparecen diferencias de potencial entre el centro de estrella y tierra que si bien son pequeñas frente a la tensión de operación, pueden resultar peligrosas para las personas.
- f) La operación con centros estrella aislado poco frecuente.
- g) Como consecuencia de las desventajas que presenta esta forma de tratamiento de centro de estrella es utilizado únicamente para redes de pequeña extensión ($I_E < 20\text{ A}$) y tensiones $U_N \leq 20\text{ kV}$; como también para pequeñas redes de cables de hasta 500 V.
- h) La determinación de línea afectada por falla, se lleva a cabo en redes radiales a través de pruebas de desconexión manual o automática y en el caso de redes malladas a través de la determinación de la dirección de la corriente de contacto a tierra. Por ello se efectúa la medición de la potencia de secuencia cero.

12.4.3 Puesta a tierra inductiva (resonante) del centro de estrella.

- **Finalidad:** Compensación de corriente capacitiva de contacto a tierra unipolar.

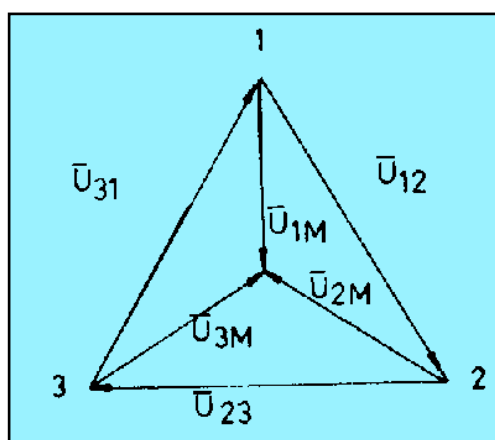
De esta manera se logra el "apagado" del contacto a tierra.



- **Operación Normal:**

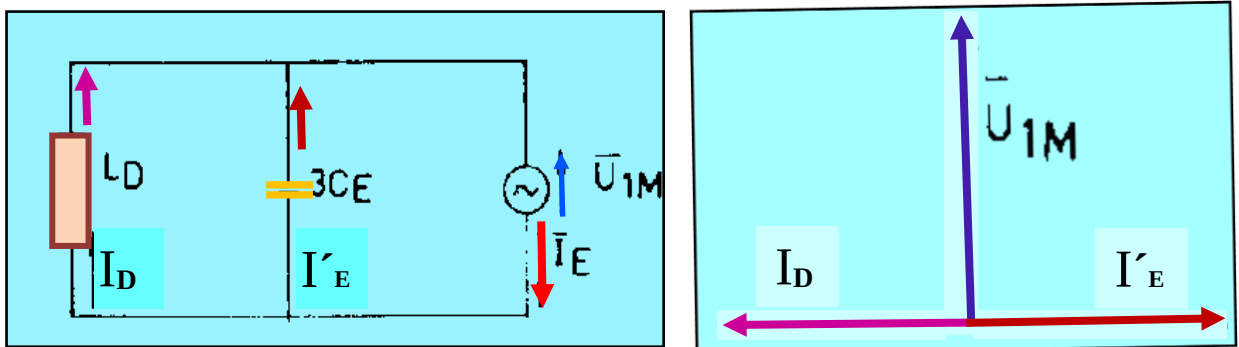
$$|\bar{U}_{1E}| = |\bar{U}_{2E}| = |\bar{U}_{3E}| = |\bar{U}_{1M}|$$

Capacidad de operación $C_B = C_E + 3C_L$



Corriente de línea de vacío: $\bar{I}_{oi} = j\omega C_B \bar{U}_{1M}$

- **Falla: Contacto a tierra unipolar de fase 1**



-Fijando la condición de resonancia

$$\bar{I}'_E = -I_D \quad \therefore \quad I_E = 0$$

$\bar{I}'_E$: Corriente falla contacto unipolar a tierra con centro estrella aislado.

$\bar{I}_D$: Corriente que circula por bobina Petersen (o de apagado).

$$\bar{I}'_E + \bar{I}_D = 0 \quad \Rightarrow \quad 3j\omega C_E + \frac{1}{j\omega L_D} = 0$$

Esta suma no es otra cosa que la admitancia de secuencia cero de la red con falla unipolar, multiplicada por 3; $\bar{I}_E = \bar{I}_1 = 3\bar{I}_0$

$$\frac{1}{Z^0} = j\omega C_E + \frac{1}{3j\omega L_D} = 0 \quad \Rightarrow \quad Z^0 \rightarrow \infty$$

- Para el lugar de la falla:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_E = 3 \frac{\bar{U}_{1M}}{\bar{Z}^o} = 0 \quad (\bar{I}_E = \bar{I}_E' + \bar{I}_D = 0)$$

Por lo que se concluye que en el caso de ser satisfecha la condición de resonancia la corriente de falla en el punto de contacto a tierra unipolar es nula.

- Las componentes simétricas de las tensiones resultan ser:

Partiendo de las expresiones deducidas oportunamente:

$$\bar{U}^o = -\bar{U}_{1M} \frac{\bar{Z}^o}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} = -\bar{U}_{1M}$$

$$\bar{U}^p = \bar{U}_{1M} \frac{\bar{Z}^o + \bar{Z}^n}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} = \bar{U}_{1M}$$

Considerar que: $\bar{Z}^p = \bar{Z}^n \ll \bar{Z}^o$

$$\bar{U}^n = -\bar{U}_{1M} \frac{\bar{Z}^n}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n} = 0$$

- Luego se efectúa el cálculo de las tensiones de fase existentes:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}^o + \bar{U}^p + \bar{U}^n = 0$$

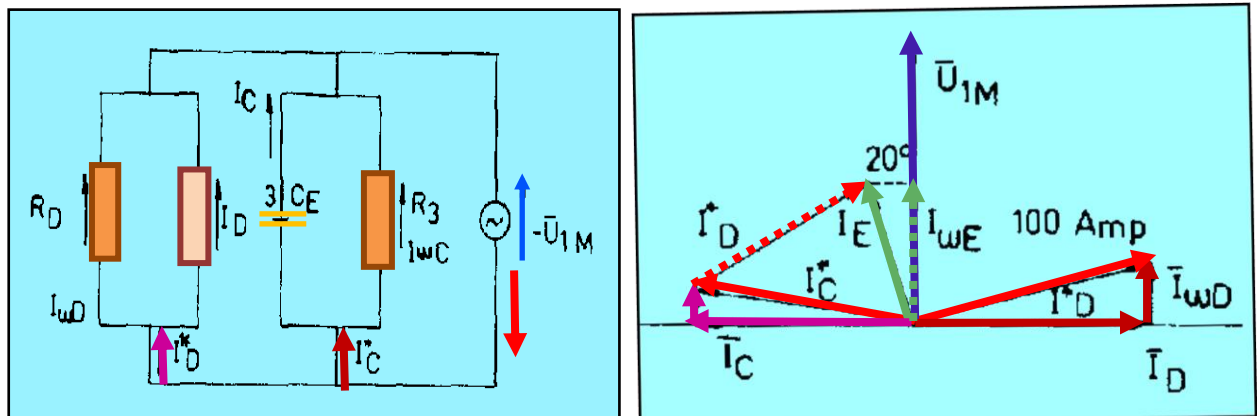
$$\bar{U}_2 = \bar{U}_{1M} \sqrt{3} e^{j210}$$

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_{1M} \sqrt{3} e^{j150}$$

- La cifra de puesta a tierra alcanzará el valor 1.

$$m = \frac{|\bar{U}_2|}{\sqrt{3} |\bar{U}_M|} = \frac{|\bar{U}_3|}{\sqrt{3} |\bar{U}_M|} = \underline{\underline{1 > 0,8}}$$

- Es decir, se obtiene un valor igual al que corresponde a operación con centro de estrella aislado, lo que significa que al igual que en este caso, la tensión de las fases sanas respecto de tierra se incrementa en $\sqrt{3}$.
- Dado las pérdidas en el Fe y en el Cu en la bobina Petersen (R_D), resistencias en las líneas y resistencia de tierra conductancia - corona ($R_B, R_E, G_B \Rightarrow R_1, R_2, R_3$) la hipótesis de impedancia de secuencia nula infinitamente grande no es dada en la práctica.
- Considerando la existencia de componente activa en las corrientes se tiene:



$$(\bar{I}_E) = (\bar{I}_E' + \bar{I}_D) > 0$$

Resulta: $I_E \approx I_{\omega E} \approx (0,025 : 0,08) I_C$

La corriente residual activa de la corriente capacitiva de contacto a tierra (I_E) se muestra en la figura anterior.

- **Características del contacto a tierra unipolar en caso de redes con centro de estrella a tierra inductivamente en condiciones de resonancia:**

- a) La tensión de las fases sanas respecto de tierra, se incrementa en $\sqrt{3}$.
- b) I_E es muy pequeña y prácticamente no circula corriente reactiva.
 - En la falla prácticamente no circula corriente.
 - En el caso de redes extensas estas corrientes activas resultan ser no despreciables.
 - En la práctica este tipo de redes compensadas funcionan correctamente con corrientes activas de falla de hasta 100 A.
 - Para el caso de corrientes de falla mayores conviene poner el centro de estrella directamente a tierra a través de una baja Z.
- c) La protección selectiva se hace más complicada que en el caso de centro de estrella rígido; en especial en el caso de redes fuertemente malladas.
- d) En comparación con regiones de red con puesta a tierra directa:
 - Se producen menos desconexiones en el caso de red "apagada", dado que 80 - 85 % de las fallas unipolares, son fallas con arco eléctrico autopagable (corriente de falla activa).
 - Como desventaja permanece la elevación de tensión respecto de tierra y por ello el peligro de un contacto bipolar a tierra.
 - Mayor dificultad para el correcto funcionamiento de la protección selectiva.
- e) Comparación con la operación con centro de estrella aislado:

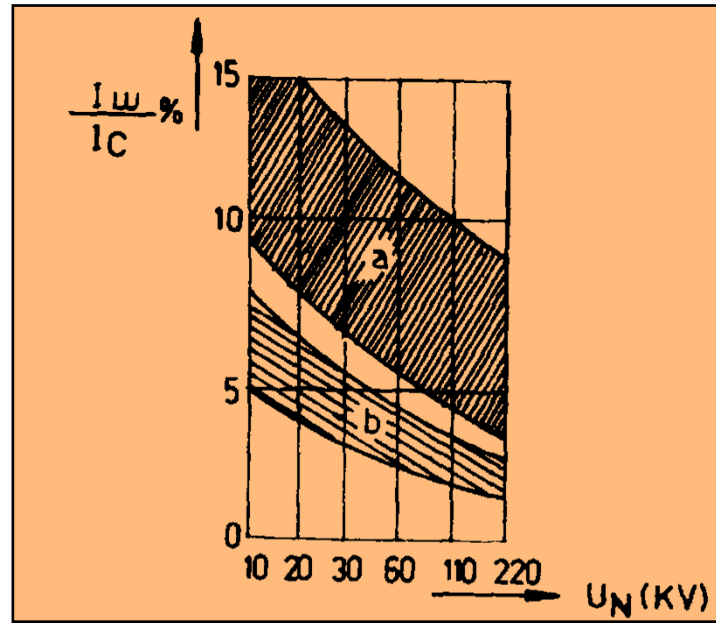
Ventajas:

- Menor corriente de falla (activa).
- Probabilidad de apagado del arco eléctrico.

Desventajas:

- Es mucho más difícil lograr funcionamiento adecuado de la protección selectiva.

- f) En servicio normal, en presencia de asimetrías en los valores de las capacidades aparece un potencial respecto de tierra que puede ser peligroso.
- g) Esta forma del tratamiento del centro de estrella es utilizable:
- En redes de extensión relativamente apreciable y de tensiones comprendidas entre 10 kV y 132 kV.
 - En redes de cables esta forma de tratamiento no es aconsejable.
- h) Las bobinas utilizadas para puesta a tierra:
- Poseen núcleo de hierro y para altas tensiones están sumergidas en cubas de aceite.
 - Para ajustar su inductancia a los valores de capacidad que dependen de la configuración y estado topológico de la red (posición de interruptores), se prevén tomas de regulación o tienen la posibilidad de modificar un entrehierro de aire.
- i) Cuando se conectan bobinas de puesta a tierra en el centro de estrella de transformadores, estas deben tener la capacidad suficiente para las corrientes de secuencia nula que circulan por la bobina.
- j) El transformador:
- No debe sobrecargarse en forma inadmisible debido a corrientes de secuencia nula.
 - Considerando cargas previas del trafo, para trafos con capacidad plena de carga en su centro de estrella puede admitirse una potencia inductiva de secuencia nula (bobina inductiva) de aproximadamente 20 % de la potencia nominal del trafo.
 - Si la potencia de compensación requerida es mayor que ese 20% entonces debe distribuirse entre varios transformadores de la región de red.
 - La distribución de la corriente de compensación, entre varios trafos con centro de estrella puestos a tierra inductivamente, está determinada por los valores de impedancias.



12.4.3.1 Particularidades en operación normal de redes con centro de estrella a tierra inductivamente (resonante). Efecto de la asimetría de las capacidades y de las conductancias a tierra.

- Se analiza el caso que no se cumple la condición de resonancia.

$$j\omega L_D + \frac{1}{j3\omega C_E} = j\left(\omega L_D - \frac{1}{3\omega C_E}\right) \neq 0$$

$$Z_o = \frac{1}{j\left(\omega C_E - \frac{1}{3\omega L_D}\right)}$$

- Se define como grado de sintonía

$$\nu = \frac{3\omega C_E - \frac{1}{\omega L_D}}{3\omega C_E} \begin{array}{l} \longrightarrow \nu = 1 \text{ centro de estrella aislado} \\ \searrow \nu = 0 \text{ resonancia} \end{array}$$

$$Z_o = \frac{1}{j\omega \nu C_E}$$

- La corriente de falla resulta por lo tanto:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_E = \frac{3\bar{U}_M}{Z_o} = 3\bar{U}_M j\omega \nu C_E$$

- Resulta ser proporcional al grado de sintonía.

- Sin embargo ν influye en forma apreciable en las tensiones.
- Por ejemplo:

$$\frac{I_{E \text{ aislado}}}{I_{E \nu=0,1}} = \frac{3U_M j\omega C_E}{0,3U_M j\omega C_E} = 10 \quad \text{para } \nu = 0 ; I_E = \min$$

- Influencia de la asimetría de la C_{Ei} en U_{ME} .

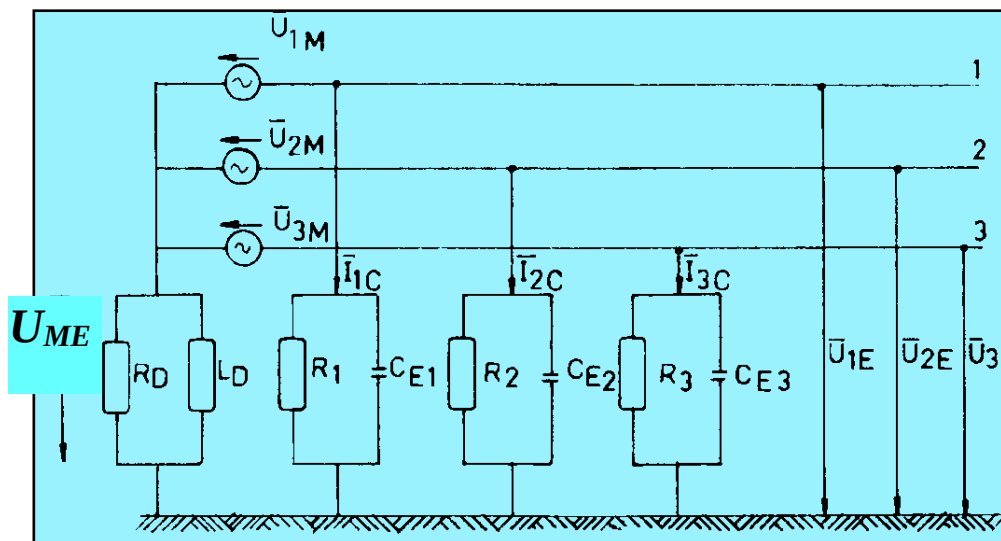
- Se analiza el caso en que:

$$C_{E1} \neq C_{E2} \neq C_{E3}$$

- Por ahora se hace la hipótesis:

$$R_D = R_1 = R_2 = R_3 = \infty$$

Es decir se desprecian las pérdidas por efecto joule.



- Se procede a calcular la tensión U_{ME} en caso de servicio normal. En caso de no ser nula U_{ME} ; las tensiones de fase respecto de tierra son:

$$\overline{U}_{iE} = \overline{U}_{iM} + \overline{U}_{ME}$$

- Si las tensiones de fase son simétricas resulta:

$$\overline{U}_{ME} = -\overline{U}_M \frac{j\omega(C_{E1} + a^2 C_{E2} + a C_{E3})}{j\omega v(C_{E1} + C_{E2} + C_{E3})}$$

- Para $v = 0$ (resonancia) y haciendo la hipótesis:

$$C_{E1} = C_{E2} = C_{E3} = C_E \Rightarrow U_{ME} = 0; \quad \overline{U}_{iE} = \overline{U}_{iM}$$

$$C_{E1} \neq C_{E2} \neq C_{E3} \Rightarrow U_{ME} \Rightarrow \infty; \quad U_{iE} \Rightarrow \infty$$

(Valores teóricos)

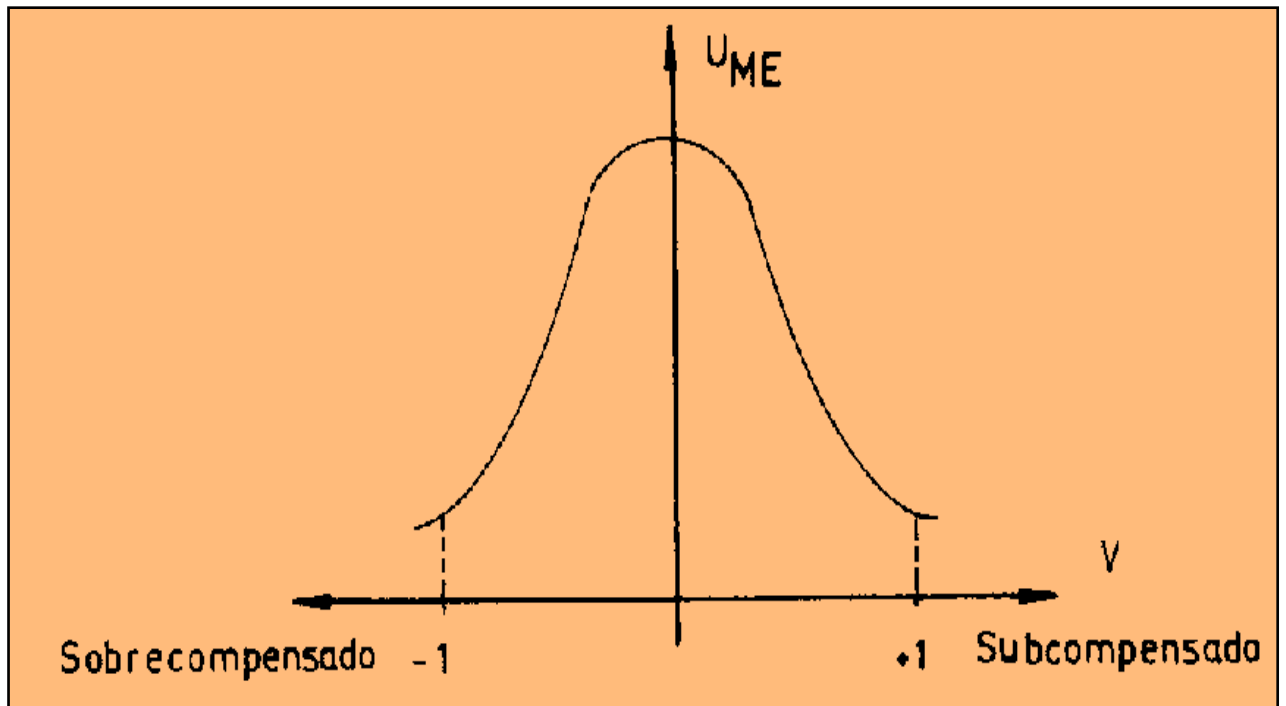
- En la realidad las resistencias no son nulas; si se las tiene en cuenta:

En la práctica aproximadamente: $\overline{I}_\omega = 0,05 I_C$ (promedio)

$$U_{ME}(v=0) = 20 U_{ME}(v=1)$$

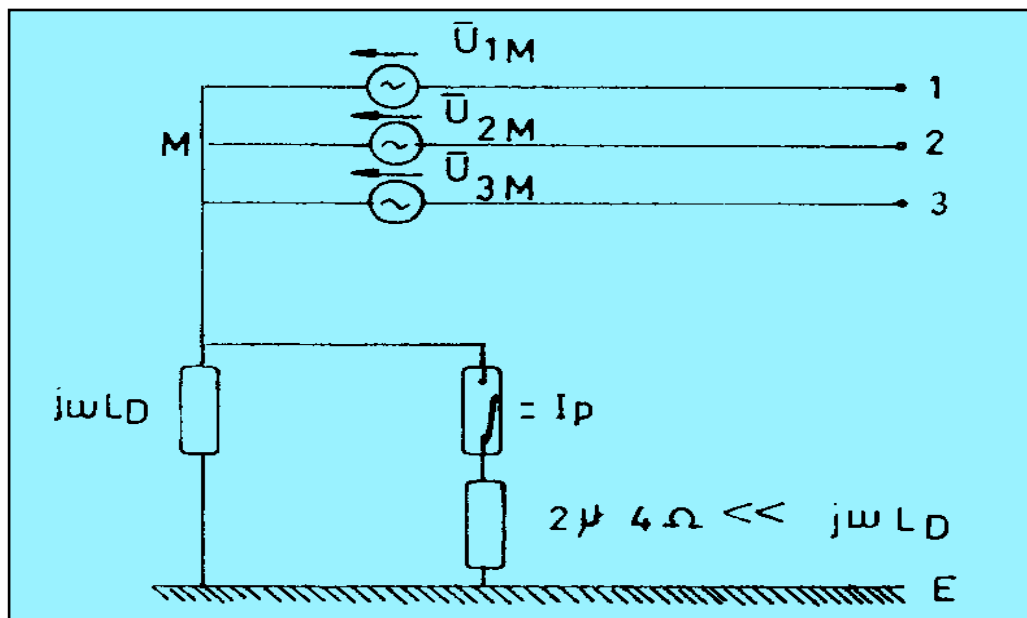
- Para determinar el valor más conveniente de v , se efectúan mediciones de U_{ME} , se toma en general una débil sobre o sub-compensación.

$$v = \pm 0,1 \quad a \pm 0,2$$



12.4.4 Puesta a tierra de baja impedancia

- Se utiliza en casos donde es conveniente la puesta a tierra directa del centro de estrella, pero que desde el punto de vista del valor elevado de las CC no sería aplicable.
- Para eliminar este inconveniente se introduce una impedancia de valor reducido entre el centro de estrella y tierra.
- Se tienen dos modalidades. A través de:
 - a) Baja resistencia e inductancia.
 - b) Alta inductancia y conexión corta duración de baja resistencia



- a) La corriente de contacto a tierra unipolar es mantenida por debajo de valores críticos. Sin embargo son de valor suficiente para asegurar el funcionamiento de protección selectiva.
- b) Combinación de bobina inductiva resonante con conexión en paralelo retardada de baja resistencia. Es apto para el caso de contacto a tierra que permanecen por tiempo apreciable y que deben ser rápidamente desconectadas.
Ejemplo, si la bobina Petersen no apaga el CC luego de 1 s, se cierra I_p por algunos segundos, lo que provoca funcionamiento protección selectiva y se utiliza en sistemas o redes malladas.

3. SISTEMATIZACION DEL CALCULO DE FALLAS EN S.S.E.E.

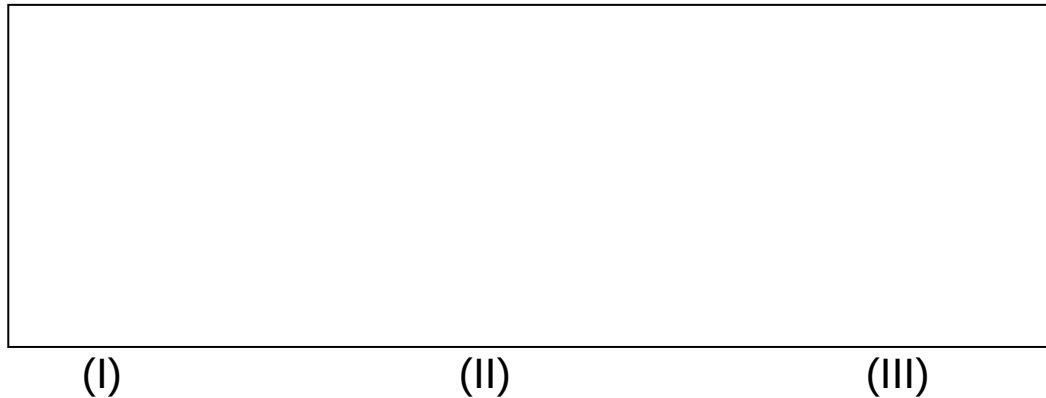
Cálculo digital de fallas simétricas en S.S.E.E

- ⌘ Para un sistema de N barras es necesario usar métodos matriciales para el cálculo de fallas en computadoras digitales.
- ⌘ Por aplicación del teorema de Superposición se puede conocer la tensión de post-falla (después de la falla) como suma de tensiones iniciales (antes de la falla) más los cambios de tensión originados por la falla y obtenidos con la ayuda del teorema de Thevenin:

$$\bar{U}^f = \bar{U}^0 + \bar{U}_T$$

	$\bar{U}^f$ = Tensiones finales después de la falla.
	$\bar{U}^0$ = Tensiones antes de la falla.
	$\bar{U}_T$ = Cambio en los valores de las tensiones
	(por aplicación del teorema de
Thevenin).	

o sea dado:



Con III (Thevenin) se calcula la $\bar{I}^f$ y el vector U_T (de cambio de tensión de los nodos).

$\bar{U}_b^0$: Tensiones en estado de funcionamiento normal que se pueden determinar con un programa de cálculo de flujo de potencia activa y reactiva, y si no se dispone de él, suponiendo todos los componentes del vector $\bar{U}_b^0$ igual a 1. por unidad.

Se define el vector de inyección de corriente:

$$\therefore \begin{bmatrix} \bar{I}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ -I_q^f \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$

I_q^f = corriente correspondiente a la barra en falla (barra q).

$$\bar{I}^f = \bar{Y}_b \cdot \bar{U}_T \quad \bar{Y}_b = \text{matríz nodal de admitancia}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} U_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_b \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_{1T} \\ U_{2T} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_{NT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & Z_{1n} \\ Z_{2i} & Z_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & Z_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -I_q^f \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad [2]$$

luego se obtiene por utilización de los resultados de (2) en (1)

- ↖ Se observa que para la falla en la barra "q" solo se utiliza la columna q de la matriz nodal de impedancias y así para las N barras.
- ↖ Utilizando estas propiedades, y además teniendo en cuenta la rareza de las matrices, su simetría y las técnicas de almacenamiento comprimido actualmente conocidas, se tiene la posibilidad de estructurar un algoritmo rápido y que requiere relativamente poco espacio de memoria central (en computadora digital) y de ahí también su aplicabilidad en simulación de fallas para procesamiento en tiempo real extendido (on - line). Continuando a partir de (3).

$$\bar{U}_q^f = \bar{Z}^f \cdot \bar{I}^f \Rightarrow \bar{Z}^f \cdot \bar{I}^f = \bar{U}_q^o - Z_{qq} \cdot I^f \therefore \bar{I}^f = \frac{\bar{U}_q^o}{\bar{Z}^f + Z_{qq}} \quad [4]$$



luego [4] en [3] queda:

$$\bar{U}_i^f = \bar{U}_i^* - \frac{Z_{iq}}{\bar{Z}^f + Z_{qq}} \cdot U_q^o \quad \text{para } i \neq q$$

$$\bar{U}_q^f = \frac{\bar{Z}^f}{Z^f + Z_{qq}} U_q^o \quad \text{para } i = q$$

$$\text{Si: } Z_f = 0 \quad \therefore \quad \bar{I}^f = \frac{\bar{U}_q}{Z_{qq}}; \quad \bar{U}_i^f = \bar{U}_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_{qq}} \cdot \bar{U}_q^o; \quad \bar{U}_q^f = 0$$

Luego como se conocen las tensiones en todos los nodos; la corriente por las líneas serán:

$$\bar{I}_{ij}^f = \frac{\bar{U}_i^f - \bar{U}_j^f}{Z_{ij}}; \quad Z_{ij}: \text{ impedancia de la línea entre el nodo } i \text{ y nodo } j.$$

3.1.1 Cálculo de la I_a (corriente de apertura) e I_s (corriente de choque).

Como se conocen las tensiones en todas las barras con generación se puede calcular la corriente.

$$\text{con } I_{kGn}'' \rightarrow \frac{I_{kGn}''}{I_N} \rightarrow I_N = \text{cte nominal de cada generador}$$

para $n = 1, \dots, n_G = n^\circ$ de generadores

y con t_{ka} tiempo de apertura conocido del interruptor se calculan los valores μ_j (recordar hipótesis simplificativas introducidas en 2.2)

$$I_a = \sum_{i=1}^{NG} \mu_i I_{kGi}''$$

para alimentación a partir de redes de tensión rígida $\mu_i = 1$



Se trata de la corriente de apertura asociada a la barra (a) o sea corriente que circula por el interruptor en A.

Para el cálculo de los interruptores B y C como no se conoce la constante μ para cada rama vecina, no se comete un error apreciable si se hace:

$$\frac{I_{ki}''}{I_k''} = \frac{I_{ai}}{I_a} \quad \therefore \quad I_{ai} = I_a \cdot \frac{I_{ki}''}{I_k''}$$

I_a : corriente de apertura del interruptor A.

I_{ai} : corriente de apertura del interruptor C.

I_{ki}'' : corriente subtransitoria que pasa por el interruptor C.

I_k'' : corriente subtransitoria que pasa por el interruptor A.

Para el cálculo de $I_s = \sqrt{2} \times I_k''$ se toma en todos los casos $X=1,8$, valor aconsejado por norma (VDE) ya que la determinación del valor exacto X es muy dificultosa cuando se desprecian los componentes resistivos.

Diagrama de Bloques simplificado.

Datos:

- 1 - Matriz nodal de incidencia A
- 2 - Matriz primitiva de admitancias Y
- 3 - Tensiones y corrientes antes de la falla

Construir Y_b

$$Z_b = Y_b^{-1}$$

Calcular:

$$\bar{I}_f = \frac{\bar{U}_q^o}{Z_{qq}}$$

$$\bar{U}_i^f = \bar{U}_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_{qq}} \cdot \bar{U}_q^o$$

$$\bar{I}_{ij}^f = \frac{\bar{U}_i^f - \bar{U}_j^f}{\bar{Z}_{ij}}$$

3.1.2 Cálculo digital de fallas asimétricas en S.S.E.E.

3.1.2.1 Modelo circuital para llevar a cabo el estudio.

Para el caso de fallas simétricas es suficiente representar el circuito a través de una matriz nodal de admitancia (de secuencia positiva) o de una matriz nodal de impedancia (matriz de impedancia de barra) que es la matriz inversa de la anterior. En el caso de fallas asimétricas se deben dar en forma separada modelos de representación para tres secuencias según el método de componentes simétricas.

3.1.2.1.1 Circuitos de secuencia

a) Secuencia positiva

La siguiente relación es válida para las componentes simétricas de secuencia positiva.

- a partir de la matriz de secuencia positiva.

$$\bar{Y}_{barra}^p \cdot \bar{U}_{barra}^p = \bar{I}_{barra}^p$$

donde

$\bar{U}_{barra}^p$: vector de las tensiones nodales barra complejas de sec.(+).

$\bar{I}_{barra}^p$: vector de las corriente nodales de inyección de sec.(0).

ó

$$\bar{Z}_{barra}^p \cdot \bar{I}_{barra}^p = \bar{U}_{barra}^p$$

donde:

$$\bar{Z}_{barra}^p = \left(\bar{Y}_{barra}^p \right)^{-1}$$

$$\bar{U}_{barra}^p = \begin{bmatrix} \bar{U}_1^p \\ \bar{U}_2^p \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{U}_n^p \end{bmatrix} ; \quad \bar{I}_{barra}^p = \begin{bmatrix} \bar{I}_1^p \\ \bar{I}_2^p \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{I}_n^p \end{bmatrix}$$

Se considera una red de nodos.

b) Secuencia negativa

A partir de las impedancias de secuencia negativa de los generadores, transformadores y líneas, se obtiene la matriz nodal (o de barra) de admitancias de secuencia negativa (en general es usual tomar esta matriz como idéntica a la de secuencia positiva, lo que introduce un error debido al valor de impedancia tomada por los generadores).

Considerando la hipótesis de simetría cíclica, se obtiene un sistema de ecuaciones que incluye únicamente componentes de secuencia negativa.

$$\bar{Y}_{barra}^n \cdot \bar{U}_{barra}^n = \bar{I}_{barra}^n$$

$\bar{I}_{barra}^n$: Corriente de inyección de secuencia negativa.

ó

$$\bar{Z}_{barra}^n \cdot \bar{I}_{barra}^n = \bar{U}_{barra}^n$$

donde:

$$\bar{Z}_{barra}^n = \left(\bar{Y}_{barra}^n \right)^{-1}$$

$$\bar{U}_{barra}^n = \begin{bmatrix} \bar{U}_1^n \\ \bar{U}_2^n \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{U}_n^n \end{bmatrix} ; \quad \bar{I}_{barra}^n = \begin{bmatrix} \bar{I}_1^n \\ \bar{I}_2^n \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{I}_n^n \end{bmatrix}$$

Secuencia nula:

En forma análoga se produce con las componenetes de secuencia nula, obteniéndose:

$$\bar{Y}_{barra}^o \cdot \bar{U}_{barra}^o = \bar{I}_{barra}^o$$

$\bar{I}_{barra}^o$: Corriente de inyección de secuencia nula.

$$\text{ó}$$

$$\bar{Z}_{barra}^o \cdot \bar{I}_{barra}^o = \bar{U}_{barra}^o$$

donde:

$$\bar{Z}_{barra}^o = \left(\bar{Y}_{barra}^o \right)^{-1}$$

$$\bar{U}_{barra}^o = \begin{bmatrix} \bar{U}_1^o \\ \bar{U}_2^o \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{U}_n^o \end{bmatrix} ; \quad \bar{I}_{barra}^o = \begin{bmatrix} \bar{I}_1^o \\ \bar{I}_2^o \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{I}_n^o \end{bmatrix}$$

3.1.2.1.2. Análisis del caso particular del contacto unipolar a tierra.

Haciendo referencia al análisis efectuado en el punto 2.5.5. para el tratamiento de la falla en cuestión con el método de componentes simétricas:



red activa con fuente $\bar{I}_2 = \bar{I}_3 = 0$
de secuencia positiva $\bar{U}_1 = 0$

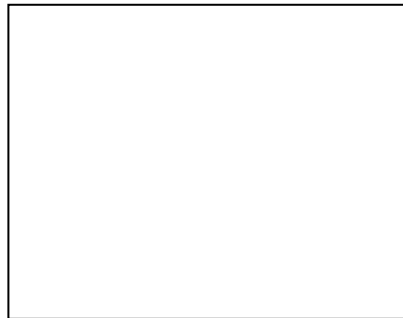
resultando un circuito para cálculo de las magnitudes correspondientes a las distintas secuencias que vincula los circuitos equivalentes respectivos de la siguiente manera:



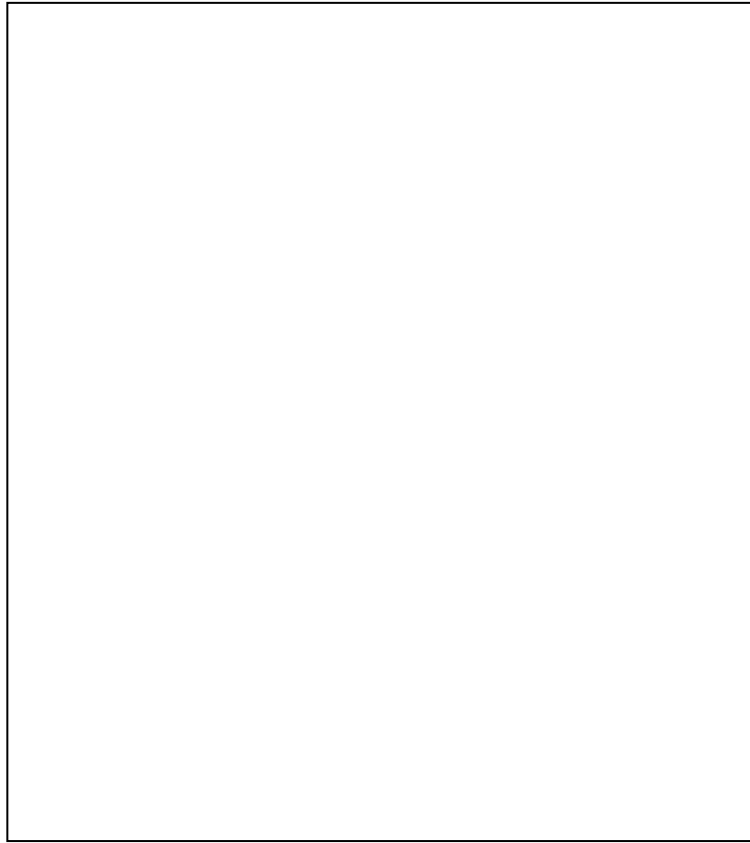
$$\bar{I}^o = \bar{I}^p = \bar{I}^n = \frac{U_{1M}}{\bar{Z}^o + \bar{Z}^p + \bar{Z}^n}$$

a partir del conocimiento de este circuito que permite calcular las tensiones nodales y/o corrientes de ramas en componentes simétricas, y además la corriente en el lugar de la falla $\bar{I}_1 = 3 \cdot \bar{I}^0$, se está en condiciones de calcular las tensiones de nodo y corrientes de rama realmente existentes que pueden ser superpuestas a las existentes en las condiciones prefalla.

Supóngase el caso particular siguiente:



El circuito para efectuar el cálculo de las componentes simétricas de corrientes y tensiones en presencia de la falla mencionada es:



Las corrientes que circulan por el lugar de la falla (barra 4)

$$\bar{I}_4^o = \bar{I}_4^p = \bar{I}_4^n = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_{44}^o + \bar{Z}_{44}^p + \bar{Z}_{44}^n} \equiv \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_{44}^o + 2 \cdot \bar{Z}_{44}^p}$$

Si se desean calcular las tensiones nodales para cada una de las secuencias se formulará la ecuación matricial correspondiente, interesando para el cálculo únicamente la columna 4, a título de ejemplo para la secuencia positiva será:

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \bar{Z}_{14}^p & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \bar{Z}_{24}^p & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \bar{Z}_{34}^p & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \bar{Z}_{44}^p & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \bar{Z}_{54}^p & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{I}_4^p \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{U}_1^p \\ \bar{U}_2^p \\ \bar{U}_3^p \\ \bar{U}_4^p \\ \bar{U}_5^p \end{bmatrix}$$

$$\bar{U}_i^p = \bar{Z}_{i4}^p \cdot \bar{I}_4^p$$

$$\bar{I}_{kj}^p = \frac{\bar{U}_k^p - \bar{U}_j^p}{\bar{Z}_{rama\ kj}^p}$$

En forma análoga

$$\bar{U}_i^n = \bar{Z}_{i4}^n \cdot \bar{I}_4^n$$

$$\bar{I}_{kj}^n = \frac{\bar{U}_k^n - \bar{U}_j^n}{\bar{Z}_{rama\ kj}^n}$$

y finalmente:

$$\bar{U}_i^o = \bar{Z}_{i4}^o \cdot \bar{I}_4^o$$

$$\bar{I}_{kj}^o = \frac{\bar{U}_k^o - \bar{U}_j^o}{\bar{Z}_{rama\ kj}^o}$$

Conocidos los valores en componentes simétricas pueden calcularse los valores realmente existentes que se superponen luego a los valores prefalla según lo ya analizado.